Cours de transfert radiatif : Bases du rayonnement thermique

Mouna El Hafi

27 août 2024

Table des matières

1 Intro et Grandeurs ... 5

1.1 Introduction générale 5
1.2 Nature du rayonnement thermique 6
1.3 Définition des grandeurs de base 7
1.3.1 Définition de l'angle solide 7
1.3.2 Emittance 10
1.3.3 Luminance 10
1.3.4 Intensité énergétique 11
1.4 Loi de LAMBERT 11
1.5 Exercices d'application 14

2 Lois fondamentales ... 15

2.1 Absorption, transmission, réflexion 15
2.1.1 Cas d'une surface opaque 15
2.1.2 Cas d'une surface semi-transparente 15
2.2 Corps noir : définition 16
2.3 Réalisation pratique 16
2.4 Flux émis par un corps noir 18
2.5 Loi de Planck 18
2.6 Loi de Wien 19
2.7 Loi de Stefan-Boltzmann 19
2.8 Fraction d'énergie corps noir et tabulation 20
2.9 Exercices d'application 21

3 Propriétés radiatives ... 25

3.1 Réflexion-diffusion sur un corps réel 26
3.2 Transmission 27
3.3 Absorption 28
3.4 Relation entre facteurs 29
3.5 Émissivité d'une surface rayonnante 29
3.6 Validité des approximations 31

3.6.1 Émissivité totale directionnelle d´isolants 31
3.6.2 Emissivité totale directionnelle des métaux 31
3.6.3 Emissivité monochromatique normale de métaux (d'après SEBAN) 31
3.7 Relation entre émission, absorption et réflexion 33
3.8 Exercices d'application 34

4 Facteurs de forme... 37
4.1 Échanges radiatifs entre surfaces opaques 37
4.2 Facteurs de forme 38
4.2.1 Cas général 38
4.2.2 Cas particulier : S_1 et S_2 sont noires 40
4.3 Relations algébriques entre les facteurs de forme 40

5 Échanges entre surfaces ... 45
5.1 Entre surfaces noires 45
5.2 Application au calcul du flux échangé entre 2 surfaces noires . 46
5.2.1 entre 2 plans parallèles 46
5.2.2 Echange entre S_1 et S_2 46
5.3 Généralisation... 47
5.4 Méthode analogique 47
5.5 surfaces Grises... 49
5.5.1 Méthode générale 49
5.5.2 Exemple : Échange d´énergie entre 2 surfaces : grises, diffuses, parallèles 51
5.5.3 Dans le cas de N surfaces grises, diffuses 52
5.5.4 Analogie électrique 54
5.6 Exercice d'application : problème industriel courant 55

6 Milieux Semi-Transparents 57
6.1 Définition 57
6.2 Définition physique du coefficient d'absorption 57
6.3 Couche homogène : atténuation exponentielle 59
6.4 Exercices d'applications 59
6.4.1 Application1 59
6.4.2 Application2 60
6.5 Rayonnement des gaz 60
6.5.1 Introduction 60

7 Travaux dirigés 63

Chapitre 1

Introduction générale et grandeurs caractéristiques

1.1 Introduction générale

Le transfert de chaleur par rayonnement est omniprésent : à l'intérieur, dans une pièce d'habitation, tout les objets autour de nous rayonnent (les murs, les meubles) puis à l'extérieur le ciel, les immeubles, le sol etc... Au niveau industriel, il est présent dans de nombreux procédés de chauffage, de refroidissement, de séchage mais aussi dans des procédés de conversion d'énergie mettant en jeu des combustibles fossiles (combustion) ou des énergies renouvelables comme l'énergie solaire.
Le transfert radiatif à la différence des autres modes de transfert de chaleur peut avoir lieu dans le vide (sans matière).
Dans le cas de la conduction dans un solide, l'énergie est transportée par des électrons libres ou par l'interaction des phonons ; dans le cas des gaz et liquides, l'énergie est transférée de molécule en molécule via les collisions. En convection, les molécules constituant le fluide se déplacent et transportent l'énergie : les molécules dont l'énergie cinétique augmente sont transportées par le fluide en laissant place aux molécules dont l'énergie cinétique est plus faible. Ceci se traduit par l'augmentation des taux de transfert d'énergie.
Il est important de noter que le transfert radiatif est le mode de transfert dominant dans les procédés à haute température : combustion dans les fours verriers, plasmas d'arc électrique, réacteurs soumis à du rayonnement solaire concentré.. car il introduit (on le verra plus tard) des termes non linéaires en température (puissance 4 de la température), alors que les transferts conductifs sont en gradT (donc linéaires en T) et convectifs sont proportionnels à δT.

Tous les corps absorbent et émettent du rayonnement électromagnétique (en augmentant ou diminuant leur niveau d'énergie moléculaire) dès que leur température est supérieure au zéro absolu (0K).

La physique du transfert radiatif est riche : elle se trouve au centre de différentes disciplines scientifiques. Elle se base sur : la théorie électromagnétique pour la description électromagnétique des ondes, la thermodynamique (notion de corps noir, notion d'équilibre thermodynamique local , toutes les propriétés de volume dans une enceinte qui rayonne), la mécanique quantique pour décrire les processus d'échanges radiatifs au niveau moléculaire, la physique statistique pour suivre le transport des photons et la distribution d'énergie selon le spectre de longueurs d'ondes.

Dans ce cours, nous allons étudier les bases du transfert radiatif : le chapitre 1 introduit les grandeurs de base, les définitions, utilisées tout au long du cours. Le chapitre 2 donne les lois fondamentales du rayonnement thermique et introduit le rayonnement du corps noir. Le chapitre 3 définit les propriétés radiatives de solides qui vont permettre plus tard de calculer des échanges radiatifs entre parois solides. Il vient ensuite la partie géométrique du transfert radiatif dans le chapitre 4 caractérisée par les notions de facteurs de forme. Le chapitre 5 permet de faire la synthèse de tous les chapitres précédents car il permet d'effectuer des bilans radiatifs sur des parois solides et de calculer des échanges radiatifs entre des parois solides de manière générale (noires ou grises), il présente aussi une méthode très utilisée dans le milieu ingénieur qui est la méthode des radiosités. Enfin, le dernier chapitre introduit des notions de rayonnement dans les milieux semi-transparents, on quitte les milieux opaques pour lesquels les échanges ont lieu entre surfaces pour aller vers des échanges volumiques (dans des gas ou des solides).

1.2 Nature du rayonnement thermique

Les ondes électromagnétiques sont caractérisées par leurs longueurs d'onde λ et leur fréquence ν. Elles se propagent dans l'espace à la vitesse de la lumière c.
$\lambda = c/\nu$ où $c = \frac{c_0}{n} = \frac{3.10^8}{n}$
où n est l'indice de réfraction du milieu. Cet indice vaut 1 dans le vide et est très proche de 1 dans les gaz (comme l'air par exemple). En fait la lumière se propage presque aussi vite dans les gaz que dans le vide.
La nature duale de la lumière se traduit par la possibilité de décrire le rayonnement électromagnétique par des corpuscules. cela fait appel à la mécanique

quantique où l'on associe à une onde électromagnétique de fréquence ν un photon, particule sans charge ni masse, transportant une énergie :

$$\boxed{E = h * \nu}$$

où h est la constante de Planck ($6.626 * 10^{-34} J.s$).
La nature du rayonnement thermique dépend de sa longueur d'onde. Différents types de rayonnement sont décrits dans la fig. (1.1).

Le rayonnement thermique est celui qui nous intéresse, et se situe dans l'intervalle 0.1-100 μm. Il couvre l'ultra violet, le visible (0.38-0.76) μm et une partie de l'infrarouge.

1.3 Définition des grandeurs de base

On appelle le flux rayonné (Unité : W) noté φ par une source S, la puissance rayonnée par S dans tout l'espace suivant toutes les longueurs d'onde.

On appelle $d\varphi$ le flux rayonné par un élément de surface $d\Sigma$, suivant toutes les longueurs d'onde.
Remarque : Un élément de surface est considéré comme plan et ponctuel.

$d^2\varphi$ correspond au flux rayonné par un élément de surface $d\Sigma$ vers un angle solide $d\omega$ suivant toutes les longueurs d'onde.

1.3.1 Définition de l'angle solide

C'est la généralisation dans l'espace à trois dimensions de la notion de l'angle plan (fig.1.2) , caractérisé par l'ensemble des directions issues d'un point et contenues dans une portion de l'espace.

Il est défini comme l'aire $d\omega$ de la surface interceptée, sur une sphère de rayon unité et un cône dont le sommet est placé au centre de cette sphère cf. fig.(1.3) :

$$\boxed{d\omega = \frac{ds}{R^2}}$$

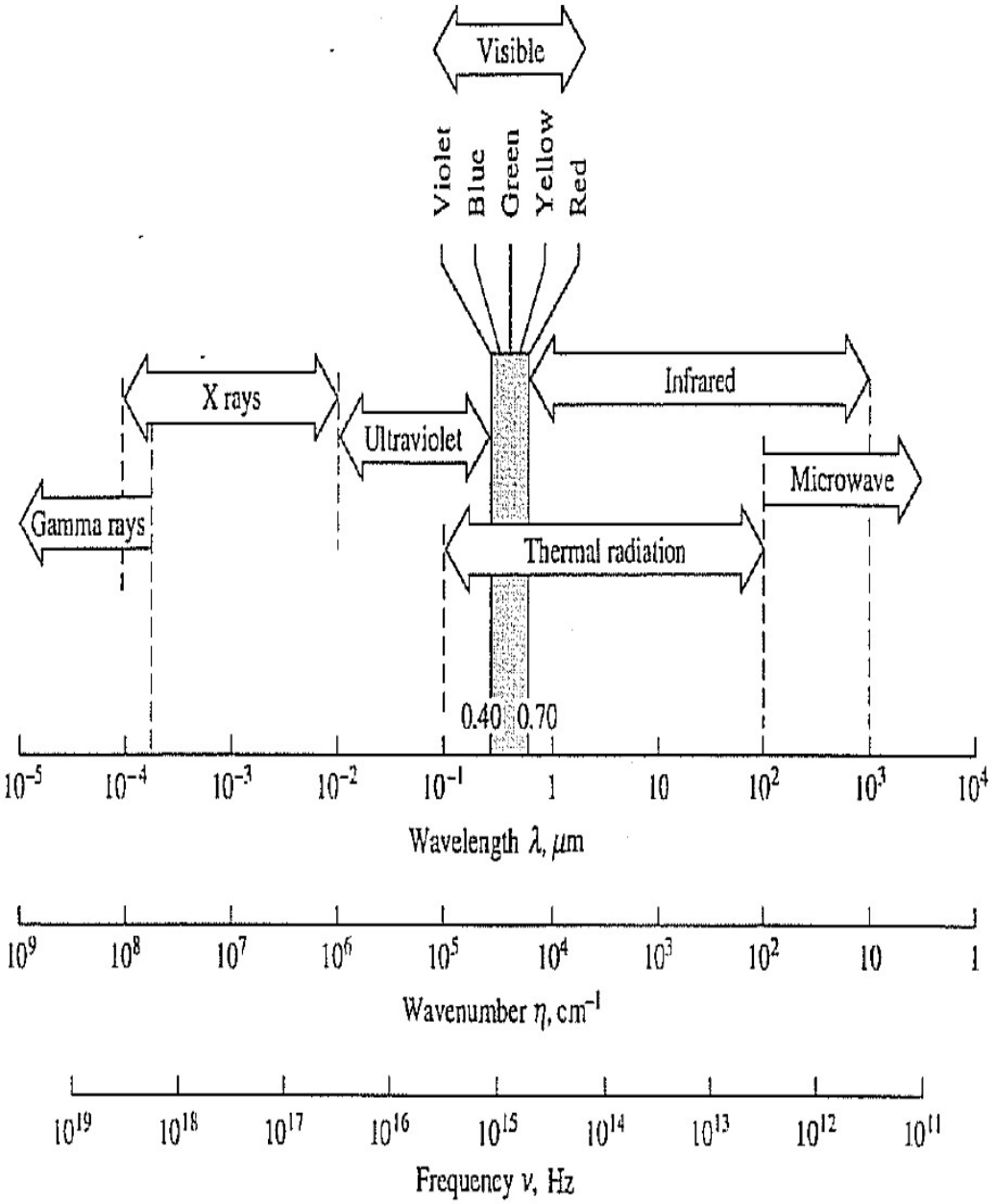


FIGURE 1.1 – Spectre Electromagnétique

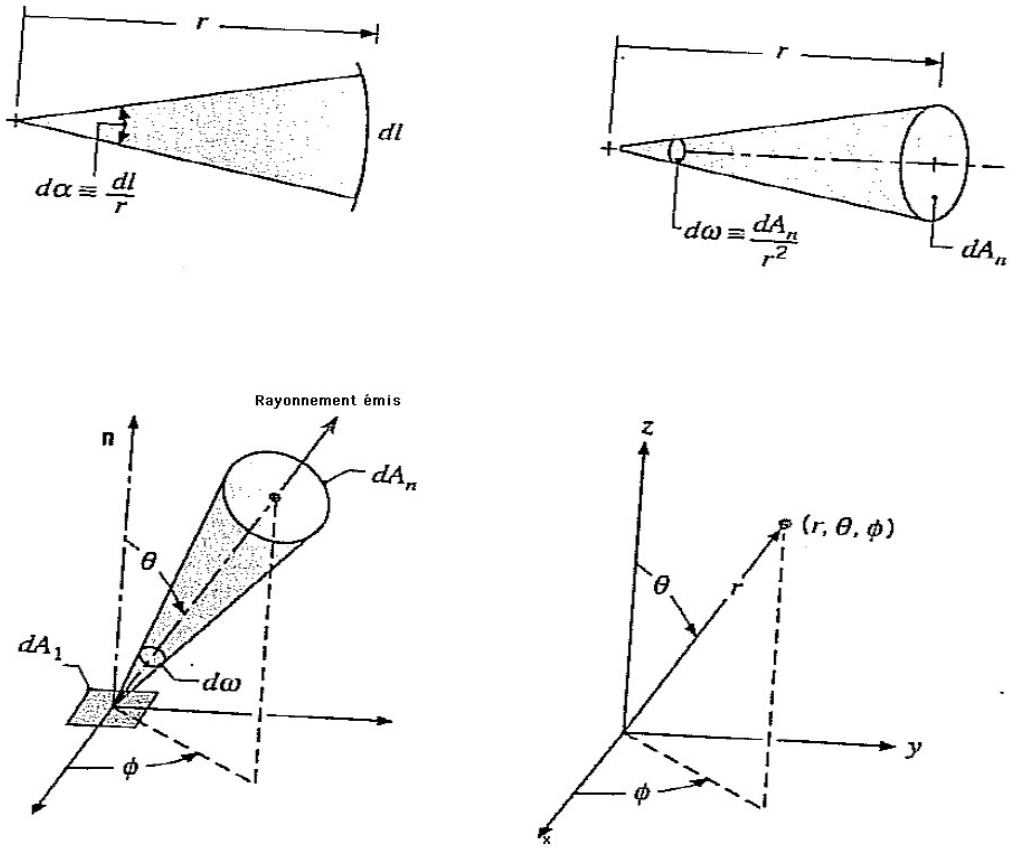


FIGURE 1.2 – Angle plan- Angle solide

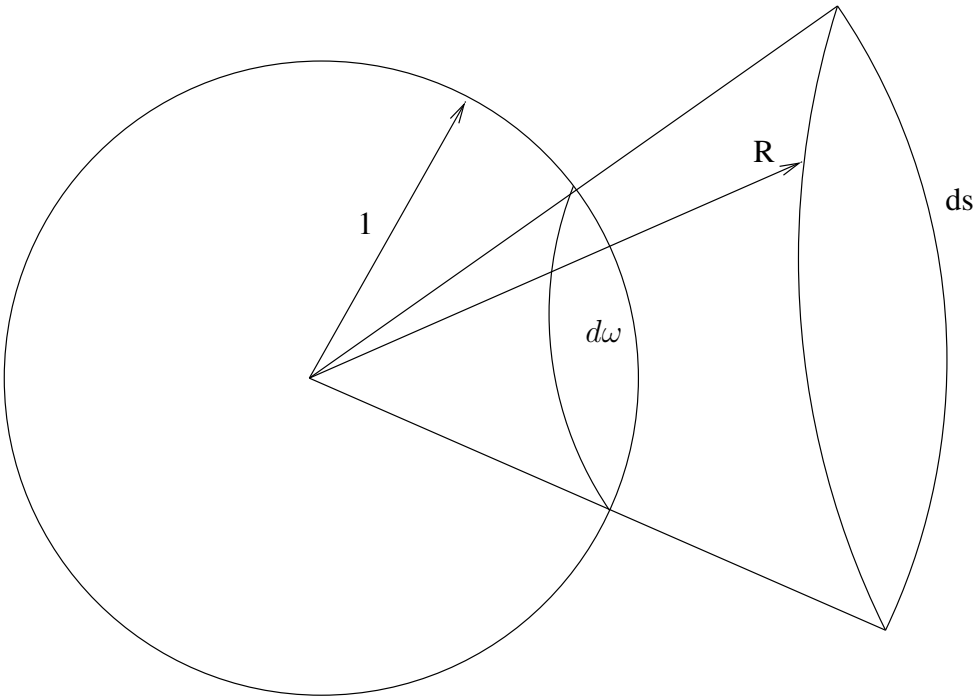


FIGURE 1.3 – Angle solide

1.3.2 Emittance

C'est le flux émis dans toutes les directions,suivant toutes les longueurs d'onde, par unité de surface (W/m^2).

$$M = \frac{d\Phi}{d\Sigma} \tag{1.1}$$

Remarque : Lorque l'on définit une source et un récepteur, le flux émis par la source peut aussi s'appeler éclairement.

1.3.3 Luminance

Le rayonnement qui quitte une surface peut se propager dans différentes directions. Si nous avons besoin de définir une grandeur comme la luminance , c'est parce qu'en fait nous pouvons nous interesser à la "distribution directionnelle" de l'énergie émise par rayonnement.

Si nous regardons la figure (fig.1.5) et que l'on considère le taux de rayonnement émis de la surface dA_1 vers la surface dA_n, on obtient une grandeur représentant la luminance spectrale du rayonnement émis. Ceci correspond

au taux d'énergie qui est émis à une longueur d'onde λ dans la direction définie par les angles θ, ϕ, par unité de surface normale à la direction et par unité de longueur d'onde $d\lambda$. Ceci nous amène à écrire la luminance totale (intégrée sur toutes les longueurs d'onde) :

$$L_e = \frac{d^2\phi}{d\Sigma cos\theta d\omega} \qquad (W/m2.sr) \tag{1.2}$$

Remarques par rapport au vocabulaire :

- Pour la luminance **monochromatique** : $L_{e,\lambda} = \frac{d^2\phi}{d\Sigma cos\theta d\omega d\lambda}(W/m3.sr)$
- Pour la luminance **hémisphérique**, on intègre la luminance directionnelle monochromatique $L_{e,\lambda}$ sur 2π stéradians
- Pour la luminance **totale hémisphérique** on intègre la luminance directionnelle monochromatique $L_{e,\lambda}$ sur 2π stéradians et sur toutes les longueurs d'onde de zéro à l'infini.

1.3.4 Intensité énergétique

Cette grandeur est plus souvent utilisée par les expérimentateurs. Elle représente le flux émis par une source élémentaire $d\Sigma$ par unité d'angle solide $d\omega$ suivant une direction donnée.

$$I = \frac{d^2\Phi}{d\omega} \tag{1.3}$$

1.4 Loi de LAMBERT

Un corps qui émet de manière diffuse ou lambertienne obéit à la loi de Lambert ou la loi du cosinus. La luminance ne dépend pas de la direction. L'intensité énergétique dans ce cas en fonction du cosinus de l'angle par rapport à la normale forme un cercle cf. fig.(1.6).

$$I = I_n cos\theta$$

où In est l'intensité énergétique dans la direction normale.

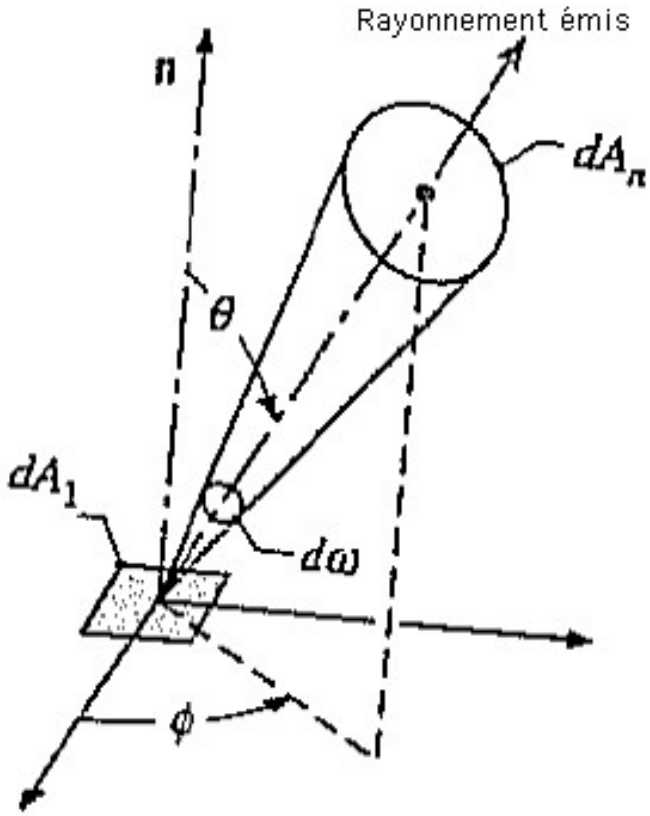


FIGURE 1.4 – Définition de la luminance

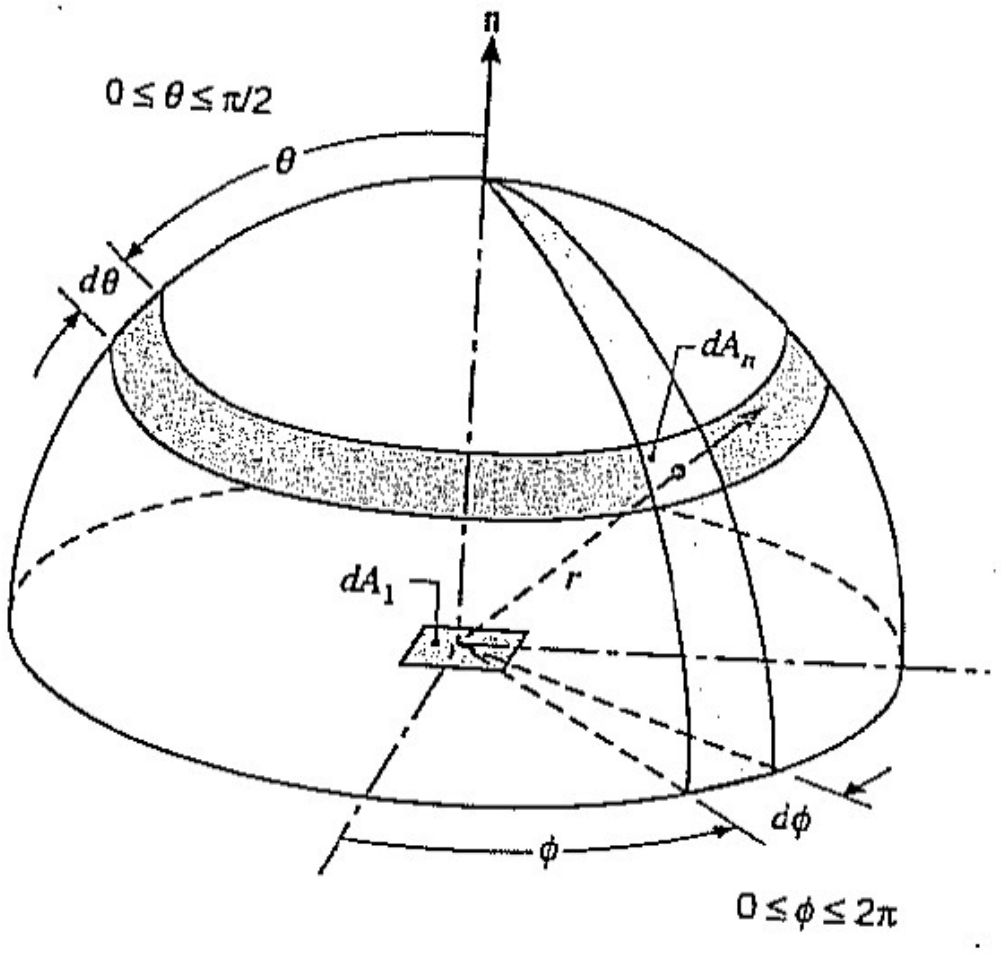


FIGURE 1.5 – Luminance hémisphérique (intégrée sur toutes les directions de l'hémisphère)

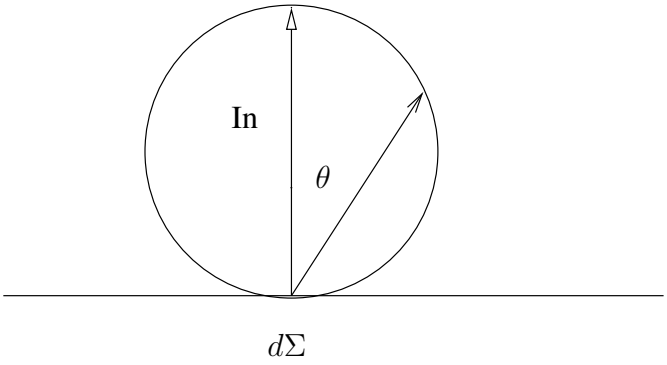


FIGURE 1.6 – Emission lambertienne

1.5 Exercices d'application

1- Calculer la fréquence du rayonnement correspondant à la couleur rouge de 0,72 μm de longueur d'onde.

2- Calculer la longueur d'onde d'une émission radio à 100 MHz.

3- Un laser rouge de 1W de puissance envoie une impulsion de 0,1 ms. Calculer le nombre de photons émis.

Chapitre 2

Émission du corps noir dans le vide - Lois de Planck et de Stefan-Boltzmann

2.1 Absorption, transmission, réflexion

En général, le flux reçu par une surface quelconque est partiellement absorbé, réfléchi et transmis. Ces contributions seront plus étudiées en détail dans le chapitre suivant.

2.1.1 Cas d'une surface opaque

Le flux incident sur une surface opaque est répartie en :
— un flux absorbé : photons captés par les molécules de la surface,
— un flux réfléchi : soit de manière diffuse, soit de manière spéculaire.
— Surface ordinaire rugueuse :

— Surface polie, réfléchissante :

2.1.2 Cas d'une surface semi-transparente

Dans le cas d'une surface quelconque semi-transparente, il y a, en plus des deux autres contributions, une partie transmise (cf. Fig2.1). Le flux transmis correspond au flux de photons qui traversent la matière sans être capté par les molécules qui constituent le milieu traversé : comme dans le verre , les plastiques, la matière vivante (tissus humains, algues..), gaz de combustion (vapeur d'eau, gaz carbonique), cendres, imbrulés (suies) etc..

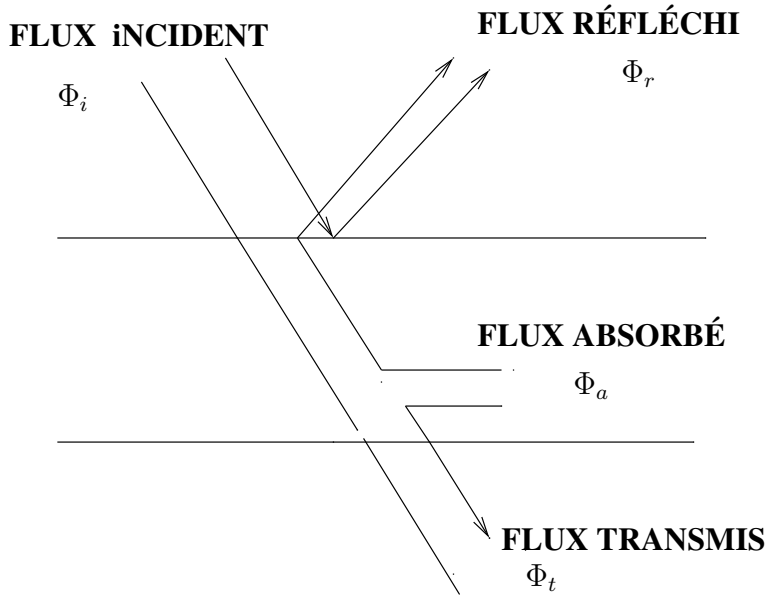


FIGURE 2.1 – Différentes contributions du rayonnement incident sur une paroi

2.2 Corps noir : définition

Un corps noir, par définition est un corps qui absorbe totalement le rayonnement qu´il reçoit, quelles que soient la longueur d'onde et l´incidence des rayons qui l´atteignent.

2.3 Réalisation pratique

Le corps noir idéal est un corps qui absorbe totalement le rayonnement incident. On démontre à partir de considérations thermodynamiques que le rayonnement est "noir" dans une cavité fermée dont les parois sont opaques et isothermes, c'est le principe de la **cavité isotherme**. Par conséquent, une cavité aux parois isothermes comportant une petite ouverture (par rapport aux dimensions de la cavité) constitue un corps noir approché.
La petite ouverture dans la cavité joue un rôle d'absorbeur parfait car le rayonnement incident ne pourra sortir de la cavité qu'après avoir subi de multiples reflexions sur les parois intérieures. A chaque absorption, il y a absorption partielle, donc après multiples reflexions il va rester une infime partie du rayonnement incident qui ressortira par l'ouverture.
Les corps noirs permettent d'étalonner des appareils de mesure de tempé-

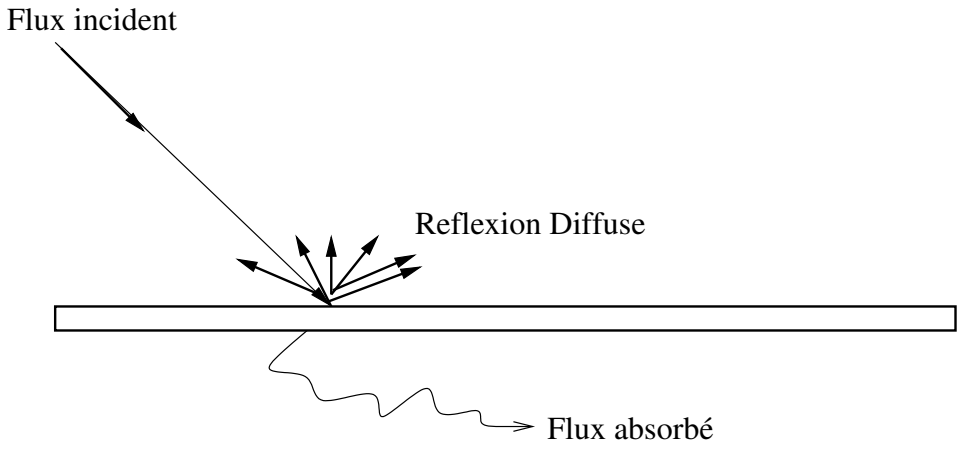


FIGURE 2.2 – Reflexion diffuse sur une paroi

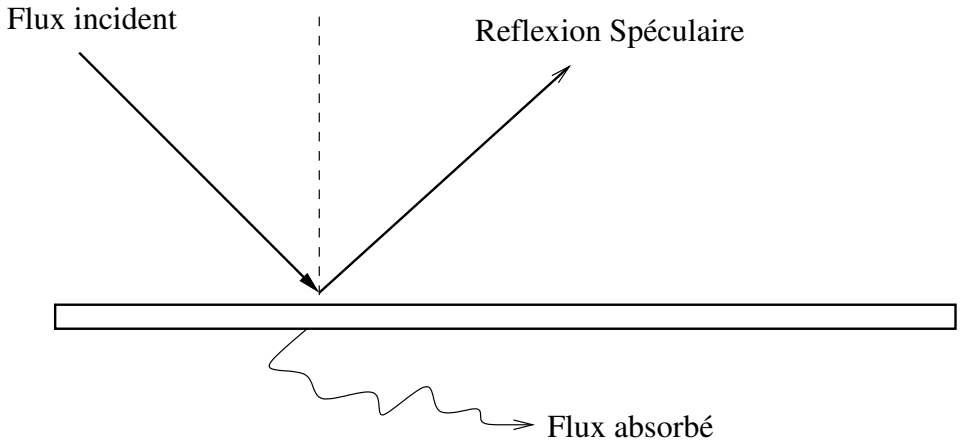


FIGURE 2.3 – Reflexion spéculaire sur une paroi

rature par rayonnement (ex : pyromètres) ou de mesurer des propriétés radiatives de matériaux (ex : émissivités). En pratique, on peut fabriquer des corps noirs artificiels sous forme de fours électriques à chambre cylindrique ou conique pourvus d'un petit orifice (cf. Fig.2.4). On essaie de les rendre isothermes en fractionnant un enroulement chauffant sur plusieurs sections alimentées séparément. On peut choisir comme revêtement des oxydes métalliques (hautes émissivités) ou créer des rugosités sur la paroi (pour la rendre plus absorbante), ceci permet de réaliser des corps noirs à 99 %.

2.4 Flux émis par un corps noir

On démontre que le flux émis par l´enceinte supposée isotherme :

1. ne dépend que de la température de l´enceinte T et ne dépend pas de la nature des parois constitutives.
2. est maximal

Relation entre émittance et luminance du corps noir :

$$M_\lambda^0 = \pi L_\lambda^0$$

À partir de considérations issues de la mécanique quantique et de la thermodynamique statistique, on démontre que l´émittance monochromatique M_λ^0 d´un corps noir ne dépend que de sa longueur d´onde et de sa température (cf.fig.2.5 :

$$M_\lambda^0 = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \qquad \begin{cases} \lambda\,(m) \quad M_\lambda^0\,(W/m^3) \\ c_1 = 3,741.10^{-16}\,(W.m^2) \\ c_2 = 0,014388\,(mK) \end{cases}$$

Remarques :
Courbes très dissymétriques
— Croissance forte avec la longueur d´onde
— Décroissance douce
Très grande dépendance de la température

NB : Les grandeurs notées avec un exposant 0, X^0 , correspondent à des grandeurs concernant le corps noir :
$L_{\lambda\omega}^0$: Luminance du corps noir /

2.5 Loi de Planck

La loi de **PLANCK** [1] établit l´expression de la luminance du corps noir :

1. Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858-1947) est un physicien allemand, lauréat du Prix Nobel de physique en 1918, de la Médaille Lorentz en 1927, et du prix Goethe en 1945.Il entame des études de mathématiques et de physique à l'université. Il obtient son baccalauréat à dix sept ans et, trois ans plus tard, il conclut son cursus universitaire à Berlin avec Hermann von Helmholtz et Gustav Kirchhoff comme professeurs.En 1878, il soutient sa thèse de doctorat sur le second principe de la thermodynamique et la notion d'entropie. Il passe son habilitation en 1881 sur les états d'équilibre des corps isotropes aux différentes températures , aboutissant aux mêmes résultats que ceux obtenus auparavant par l'américain Josiah.

$$L^0_\lambda(T) = \frac{2hc^2\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1} \tag{2.1}$$

où :
— k : constante de Boltzmann,
— c : vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide,
— h : constante de Planck,
— T : température absolue du corps noir en équilibre (K),
Valeurs numériques :
— $c = (2,99776 \pm 0,00004).10^8$ m/s
— $h = (6,626 \pm 0,001).10^{-34}$ J.s
— $k = (1,3805 \pm 0,0001).10^{-23}$ J.K^{-1}

Conséquences : $L^0_{\lambda\omega}$ ne dépend que de T et de λ. Il n´y a donc pas de dépendance en ω. L´émission est donc isotrope.

2.6 Loi de Wien

À température constante, l´émittance du corps noir passe par un maximum qui vérifie la relation suivante :

$$\lambda_m.T = 2897 \pm 0,6\mu m.K \tag{2.2}$$

Dans cette relation λ_m est en μm

Application : Calculer les longueurs d'onde maximales pour les températures suivantes, représentant des gammes respectives du milieu ambiant, four à basse température, surface du soleil :

T	λ_m
300 K	
1000 K	
5780 K	

2.7 Loi de Stefan-Boltzmann

Calcul de l´émittance totale du corps noir :

$$M^0 = \int_0^\infty M^0_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \frac{c_1\lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} d\lambda$$

En posant $x = \frac{c_2}{\lambda T}$
On a :

$$M^0 = c_1 \left(\frac{T}{c_2}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

L´intégration donne : $M^0 = \frac{\pi^5 c_1}{15 c_2^4} T^4$

En posant : $\sigma = \frac{\pi^5 c_1}{15 c_2^4}$

On obtient la loi de **STEFAN-BOLTZMANN** [2]

$$M^0(T) = \sigma T^4 \tag{2.3}$$

où $\sigma = 5,670.10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4} \pm 0,004$ est la constante de Boltzmann

2.8 Fraction d'énergie corps noir et tabulation

La fraction d'énergie émise dans une bande spectrale s'écrit :

$$F\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\int_0^{\lambda_2} M_\lambda^0(T) d\lambda - \int_0^{\lambda_1} M_\lambda^0(T) d\lambda}{\sigma T^4} \tag{2.4}$$

On montrera en TD que $F(0, \lambda)$ est une fonction du produit λT. Les propriétés des intégrales font qu'on peut appliquer la relation de CHASLES $F(\lambda_1, \lambda_2) = F(0, \lambda_2) - F(0, \lambda_1)$

Le tableau (cf. table 2.1) donne la fraction de l'émittance d'un corps noir émettant à tempéarture T, intégrée entre 0 et λT. Les valeurs intermédiaires peuvent s'obtenir avec une bonne précision par interpolation linéaire.

2. Ludwig Boltzmann (1844-1906) est un physicien autrichien. Il obtient son doctorat à l'Université de Vienne en 1866, avec une thèse sur la théorie cinétique des gaz, dirigée par Jozef Stefan, dont il devient ensuite assistant. Il étudie successivement à Graz, à Heidelberg et à Berlin, où il suit les cours de Bunsen, Kirchhoff et Helmholtz. En 1869, il obtient une chaire de physique théorique à Graz, où il reste pendant quatre ans. En 1873, il accepte une chaire de mathématiques à Vienne, mais revient à Graz trois ans plus tard, cette fois pour enseigner la physique expérimentale. Il devient membre étranger de la Royal Society en 1899.

$\lambda T(\mu mK)$	$F(\lambda,T)$	$\lambda T(\mu mK)$	$F(\lambda,T)$
500	0	7500	0,8343
1000	0,0003	8000	0,8562
1500	0,0128	8500	0,8745
2000	0,0667	9000	0,8899
2500	0,1613	10000	0,9141
3000	0,2732	12000	0,9450
3500	0,3829	14000	0,9628
4000	0,4809	16000	0,9737
4500	0,5643	18000	0,9807
5000	0,6337	20000	0,9855
5500	0,6909	30000	0,9952
6000	0,7378	40000	0,9978
6500	0,7763	50000	0,9988
7000	0,8080	100000	0,9998

TABLE 2.1 – Tabulation fraction émittance corps noir

2.9 Exercices d'application

Exo I :

1. Un corps noir rayonne à une température T = 1150K dans l'espace. Quelle est la fraction d'énergie émise entre 1 et 5 μm ?

2. Quelle est l'énergie émise par ce même corps noir entre 1 et 5 μm ?

Exo II :

La surface du soleil se comporte comme un corps noir à la température de 5780K.

Calculer le pourcentage de rayonnement solaire dans le visible([0,4 ; 0,7] μm)

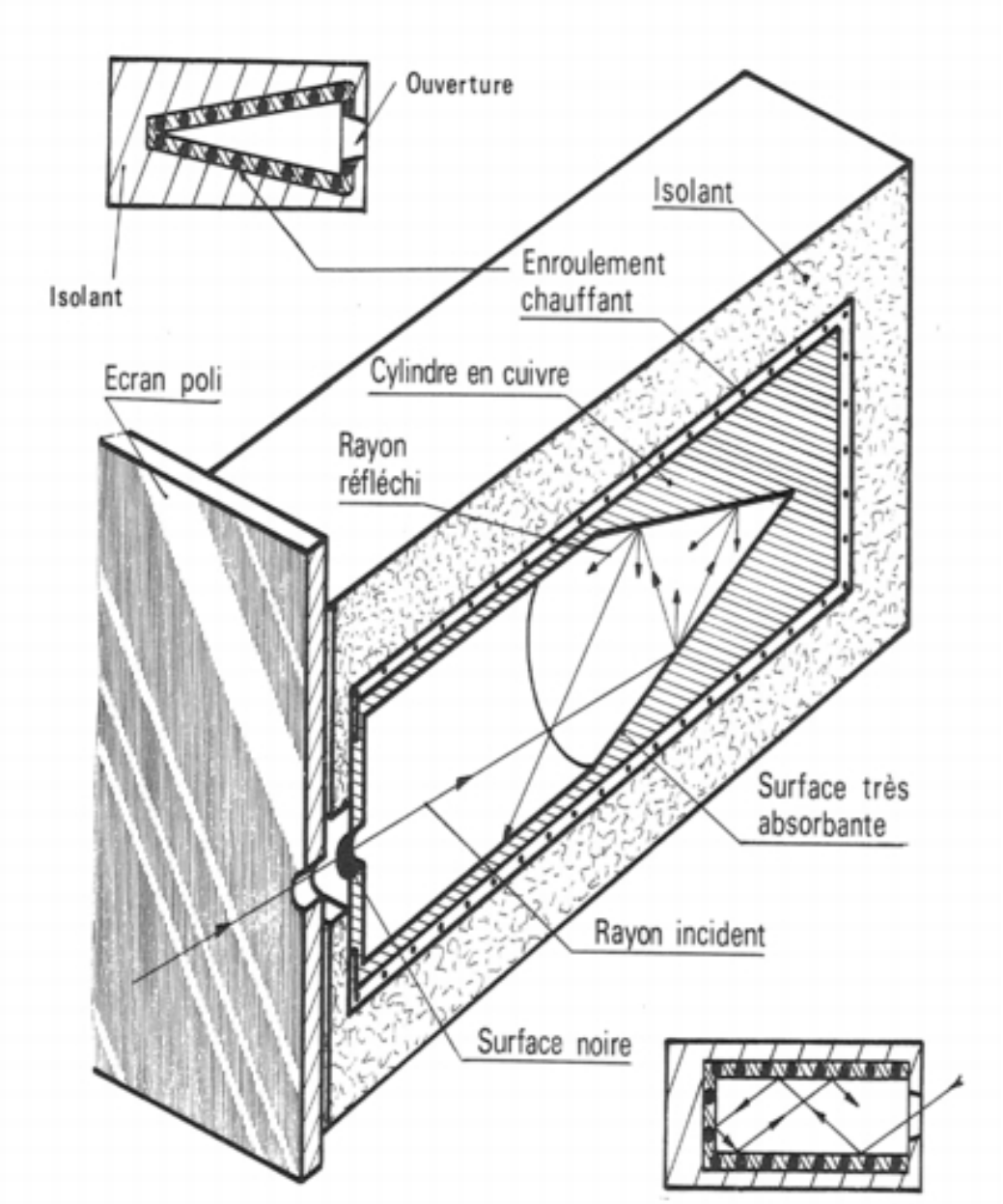


FIGURE 2.4 – Réalisation corps noir (Extrait Siegel et Howell)

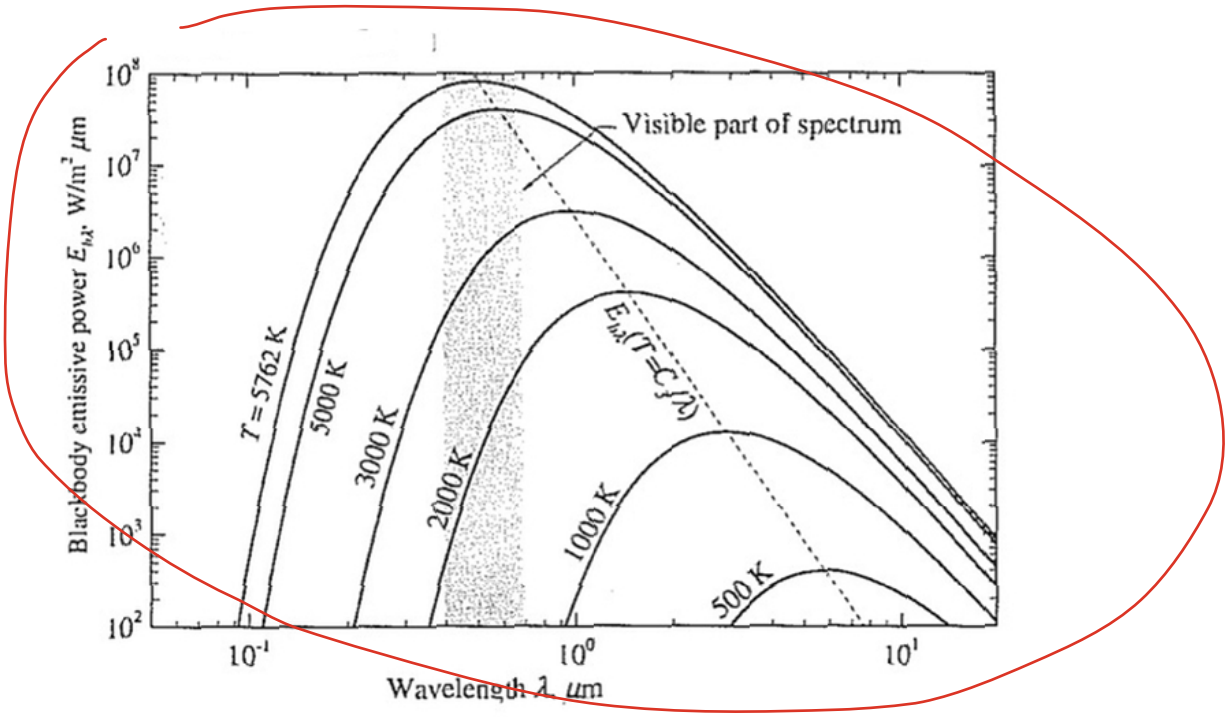


FIGURE 2.5 – Emittance de Planck en fonction de la longueur d'onde et de la température

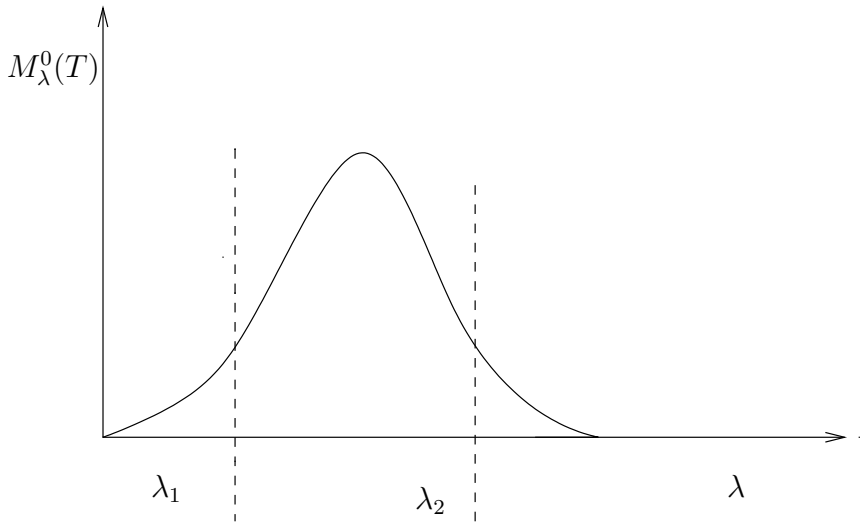


FIGURE 2.6 – Fraction d'énergie corps noir

Chapitre 3

Facteurs d´absorption, de réflexion-diffusion, de transmission et d´émission

Soit un rayonnement incident sur une surface. Les surfaces parfaitement lisses, polies ont une réflexion spéculaire qui obéit à la loi de DESCARTES : L'angle réfléchi se trouve dans le plan d'incidence et est égal à l'angle in-

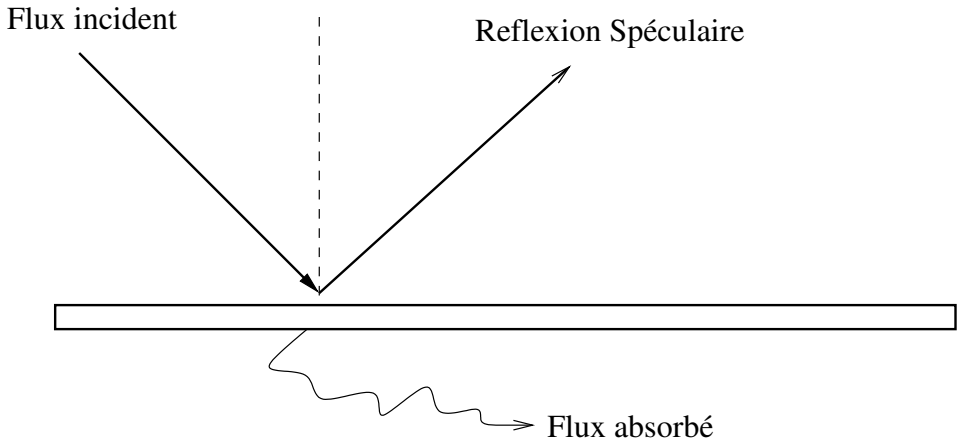


FIGURE 3.1 – Reflexion spéculaire

cident. Au contraire, lorsque les surfaces sont très rugueuses, parfaitement dépolies, le rayonnement réfléchi se fait de manière diffuse. En pratique, les surfaces sont généralement dans un état intermédiaire à ces deux états extrêmes. L'évolution lors du viellissement des matériaux les rapprochent plutôt du cas diffus. On peut néanmoins en absence de données précises sur les matériaux étudiés, travailler dans un intervalle correspondant à ces deux cas

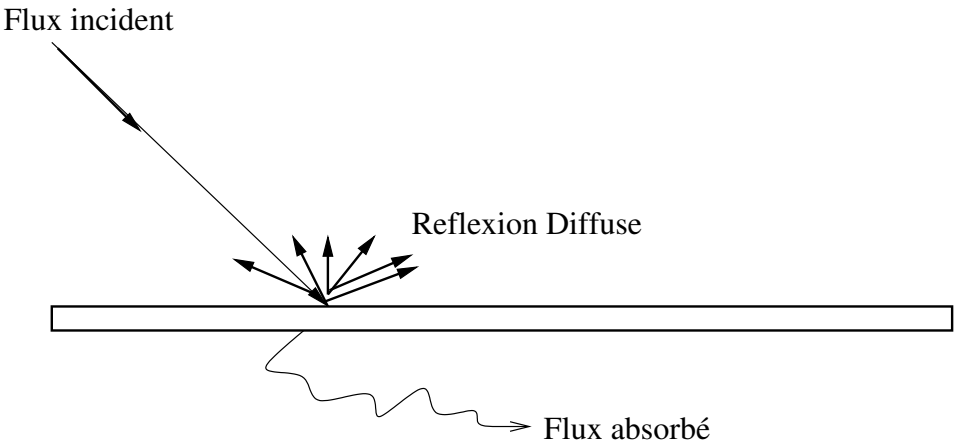


FIGURE 3.2 – Reflexion diffuse

extrêmes pour avoir une idée de la marge d'incertitude.

3.1 Réflexion-diffusion sur un corps réel

Il est plus difficile de caractériser la réflexion de rayonnement sur une surface quelconque que l´absorption ou l´émission. Ceci est dû au fait que l´énergie réfléchie dépend à la fois de l´angle du rayonnement incident mais aussi de la direction considérée pour l´énergie réfléchie.

Soit la densité de flux donnée par :

$$\Phi^i_{\lambda\omega} = L^i_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right|$$

Réflexion spéculaire Densité de flux réfléchi : $\Phi^r_{\lambda\omega} = L^r_{\lambda\omega} \left|\vec{r}.\vec{n}\right|$

Réflexion diffuse Densité de flux diffusé : $\Phi^r_\lambda = \int_{2\pi} L^r_{\lambda\omega} \left|\vec{r}.\vec{n}\right| d\omega$ (dans tout l'espace)

Quelques définitions Le facteur **monochromatique directionnel** de réflexion (ou réflectivité ...) se définit comme le rapport entre la partie réfléchie et la partie incidente :

$$\rho_{\lambda\omega} = \frac{\Phi^r_{\lambda\omega}}{\Phi^i_{\lambda\omega}} = \frac{L^r_{\lambda\omega} \left|\vec{r}.\vec{n}\right|}{L^i_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right|}$$

Le facteur monochromatique hémisphérique de réflexion est obtenu après intégration sur toutes les directions :

$$\rho_\lambda = \frac{\int_{2\pi} L^r_{\lambda\omega} \left|\vec{r}.\vec{n}\right| d\omega}{\int_{2\pi} L^i_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\omega}$$

Le facteur **total directionnel** de réflexion s´obtient par intégration sur toutes les longueurs d´ondes :

$$\rho_\omega = \frac{\int_0^\infty L^r_{\lambda\omega} \left|\vec{r}.\vec{n}\right| d\lambda}{\int_0^\infty L^i_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\lambda}$$

De manière plus globale, le facteur total hémisphérique de réflexion s´obtient par intégration sur toutes les longueurs d´ondes et toutes les directions :

$$\rho = \frac{\int_{2\pi}\int_0^\infty L^r_{\lambda\omega} \left|\vec{r}.\vec{n}\right| d\omega d\lambda}{\int_{2\pi}\int_0^\infty L^i_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\omega d\lambda}$$

Remarque :
La nature de la surface et la luminance du flux incident sont les 2 grandeurs physiques influant sur ces propriétés radiatives.

3.2 Transmission

La transmission est un phénomène complexe, c'est la réponse à une énergie incidente dans un milieu semi-transparent. Un milieu semi-transparent absorbe une partie de l'énergie, les photons qui traversent le milieu et en sortent sont les photons transmis. Ceci permet d'évaluer la partie transmise par le milieu.

Le facteur **monochromatique directionnel** de transmission est défini par :

$$\tau_{\lambda\omega} = \frac{L^t_{\lambda\omega}}{L^i_{\lambda\omega}}$$

Comme dans le cas précédent, facteur **total hémisphérique** de transmission s'écrit :

$$\tau = \frac{\int_{2\pi}\int_0^\infty L^t_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\omega d\lambda}{\int_{2\pi}\int_0^\infty L^i_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\omega d\lambda}$$

Pour certains matériaux, tels que les verres, les plastiques, certains réfractaires, on peut considérer séparément deux ou trois bandes spectrales où l'on définit dans chacune, les différentes propriétés. Pour le verre (Fig. 3.3), la courbe donne la transmission du verre en fonction de la longueur d'onde pour diverses épaisseurs de verre. Le verre est pratiquement transparent pour le spectre visible : $\tau = 0.9$ alors qu'il est pratiquement opaque dans l'IR. Cela justifie son utilisation dans les serres et les capteurs solaires (voir exo. effet de serre en T.D.).

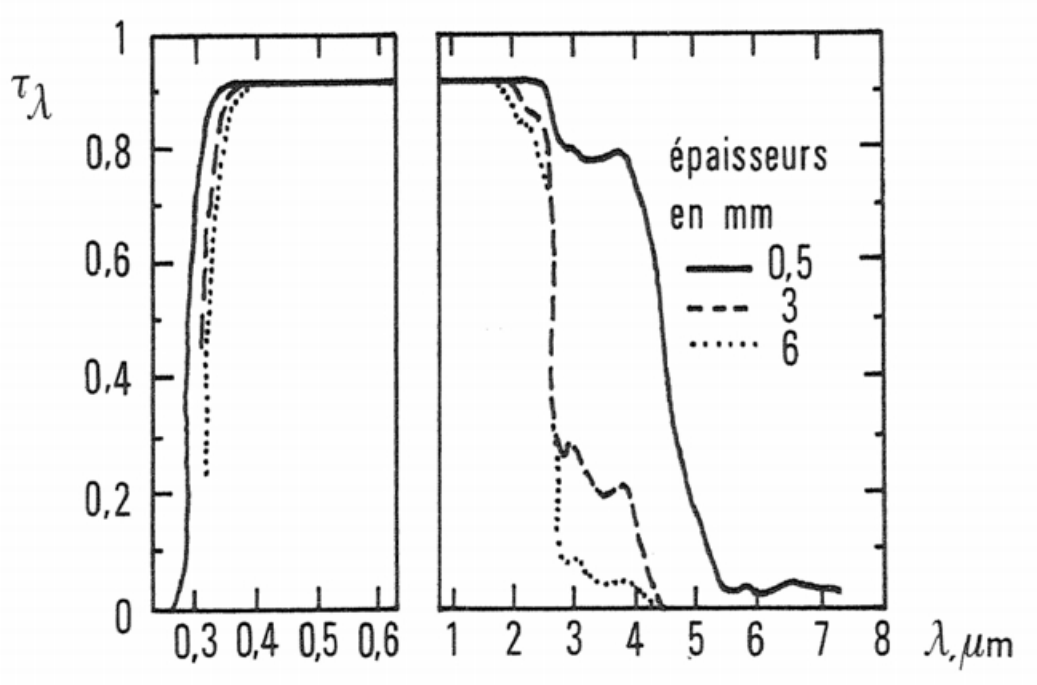


FIGURE 3.3 – Transmittivité du verre

3.3 Absorption

C'est une propriété qui détermine la fraction de l'énergie incidente absorbée par la surface. Elle est caractérisée par deux dépendances : la direction et la longueur d'onde. Elle ne dépend pas généralement de la température de surface.
Soit $\varphi^a_{\lambda\omega}$ la densité de flux absorbé pour une luminance $L^i_{\lambda\omega}$

Le facteur **monochromatique directionnel** d´absorption (ou absorp-

tivité) s´écrit :

$$\alpha_{\lambda\omega} = \frac{\Phi^a_{\lambda\omega}}{L^i_{\lambda\omega}\left|\vec{i}.\vec{n}\right|}$$

Le facteur total hémisphérique d´absorption :

$$\alpha = \frac{\int_{2\pi}\int_0^\infty \Phi^a_{\lambda\omega} d\omega d\lambda}{\int_{2\pi}\int_0^\infty L^i_{\lambda\omega}\left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\omega d\lambda}$$

3.4 Relation entre facteurs

La conservation de l´énergie impose que les 3 processus envisagés soient liés par la relation :

$$\rho_{\lambda\omega} + \tau_{\lambda\omega} + \alpha_{\lambda\omega} = 1$$

(ces quantités sont intrinsèques)

3.5 Émissivité d'une surface rayonnante

L´évolution de propriétés émissives des substances réelles se fait par rapport à celles du corps noir placé dans les mêmes conditions de température et de longueur d´onde, à l´aide des émissivités, totales ou monochromatiques, hémisphériques ou directionnelles.

Rappelons que les émittances d´un corps ou d´une surface sont données par les expressions :

— en fonction de l´émissivité totale : $M = \varepsilon M^0$

— en fonction de l´émissivité monochromatique : $M_\lambda = \varepsilon_\lambda M^0_\lambda$

dans lesquelles ε et ε_λ sont respectivement les émissivités **hémisphériques** puis **totales** et **monochromatiques**.

Quant aux luminances L et L_λ du corps, elles sont liées à celles du corps noir par les relations :

$$L_\omega = \varepsilon_\omega L^0 = \varepsilon_\omega \frac{M^0}{\pi}$$

$$L_{\lambda\omega} = \varepsilon_{\lambda\omega} L^0_\lambda = \varepsilon_{\lambda\omega} \frac{M^0_\lambda}{\pi}$$

dans lesquelles ε_ω et $\varepsilon_{\lambda\omega}$ sont respectivement les émissivités directionnelles, directionnelles monochromatiques.

Remarques : Le corps noir est un radiateur idéal qui à température et à longueur d´onde données, émet le maximum d´énergie thermique, il s'ensuit que les émissivités des substances naturelles sont toujours inférieures à l´unité.

L´émissivité totale d´un corps est définie par :

$$\varepsilon(T) = \frac{M(T)}{M^0(T)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda M_\lambda^0(T)d\lambda}{\int_0^\infty M_\lambda^0(T)d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda M_\lambda^0(T)d\lambda}{\sigma T^4}$$

avec

$$\varepsilon_\lambda(T) = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\omega} cos\theta sin\theta d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} cos\theta sin\theta d\theta d\varphi}$$

où $\omega = sin\theta d\theta d\phi$ représente l'angle solide, l'aspect directionnel.

Cas particuliers usuels

1. corps gris : émissivité indépendante de la longueur d´onde
2. corps à émission diffuse (ou isotrope) : émissivité indépendante de la direction
   $\varepsilon_\omega \to \varepsilon$ et $\varepsilon_{\lambda\omega} \to \varepsilon_\lambda$
3. corps gris et diffusant : émissivité indépendante de la longueur d´onde et de la direction $\longrightarrow$ paramètre unique ε

Loi de LAMBERT La plupart des corps incandescents ont un comportement assez proche de la loi de Lambert. Les corps polis s´écartent notablement de cette loi. Les sources lumineuses, assurant un éclairage uniforme, demandent à suivre la loi de Lambert.

L´émissivité des substances naturelles dépend, d´une manière générale, de leur nature physico-chimique, de leur état de surface géométrique (défaut de planéité, rugosité) et varie avec la longueur d´onde, la direction d´émission et la température de surface. Cela justifie l´introduction des différentes définitions de l´émissivité.
L´étude du rayonnement thermique des matériaux a permis de mettre en évidence deux grandes classes de comportements radiatifs :

— celui des matériaux conducteurs de l´électricité ou métaux,
— celui des diélectriques ou isolants.

3.6 Validité des approximations

3.6.1 Émissivité totale directionnelle d´isolants

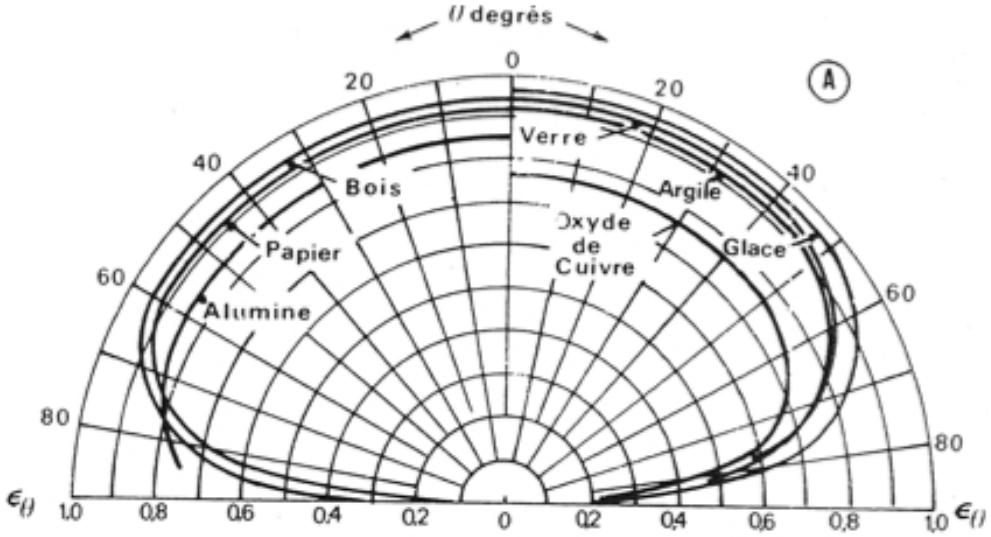


FIGURE 3.4 – Emissivité des isolants

⟶ pour $\theta \leq 60°$, les surfaces sont diffuses

3.6.2 Emissivité totale directionnelle des métaux

FIGURE 3.5 – Emissivité des métaux

⟶ pour $\theta > 70°$, les surfaces sont non-diffuses donc on a réflexion spéculaire

3.6.3 Emissivité monochromatique normale de métaux (d'après SEBAN)

⟶ Importantes variations
⟶ Milieux non-gris

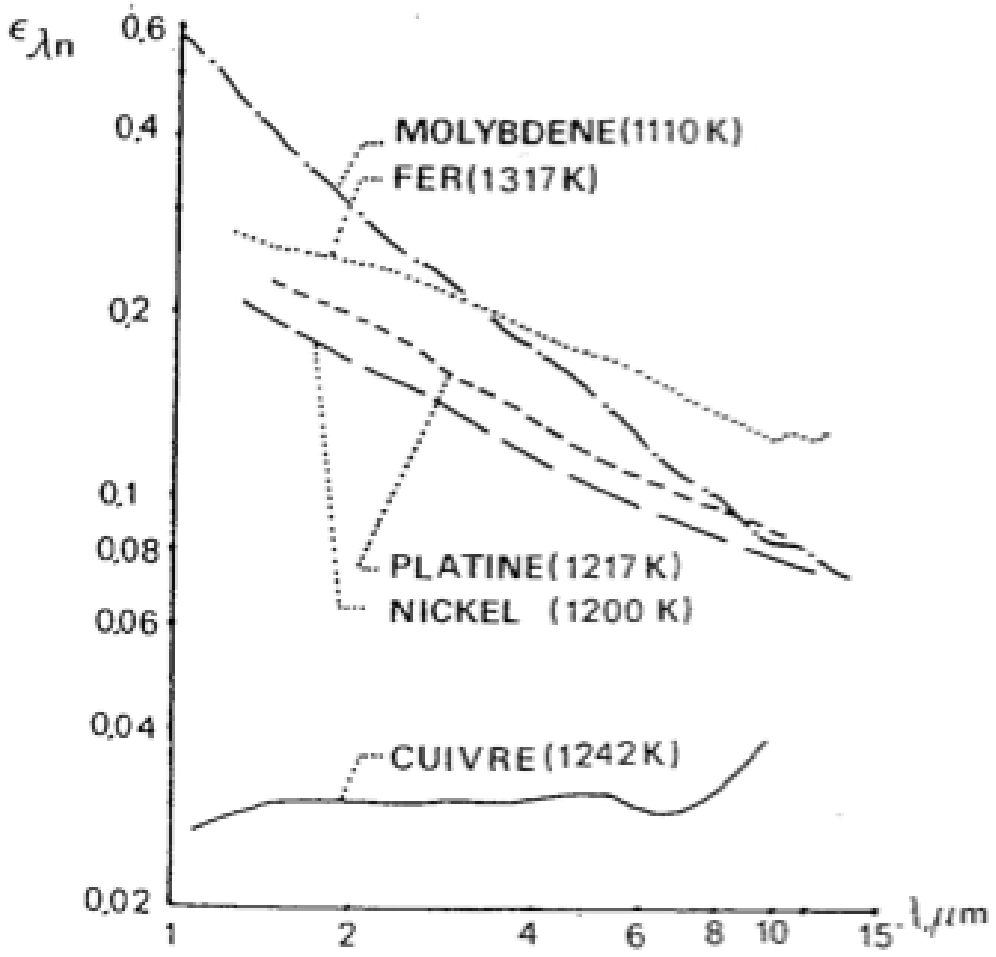


FIGURE 3.6 – Emissivité des métaux

Dans les tables, les données les plus courantes concernent :

— l´émissivité totale hémisphérique ε
— l´émissivité totale normale ε_n

Quelques formules approchées :

— pour un métal poli : $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_n} = 1,2$
— pour un isolant : $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_n} = 0,96$

3.7 Relation entre émission, absorption et réflexion

Nous avons vu précédemment dans le cours, les trois contributions provenant d´un rayonnement incident : l´absorption, la réflexion, la transmission ainsi que les facteurs correspondant à chacun des phénomènes.

Rappelons que : $\alpha + \rho + \tau = 1$
corps opaques : $\alpha + \rho = 1$
corps transparents : $\rho + \tau = 1$

Loi de KIRCHHOFF Les lois de KIRCHHOFF [1]relient les propriétés émissives et absorbantes d´un corps. En thermodynamique, on montre que, pour chaque longueur d´onde et chaque direction de propagation du rayonnement émis par une surface ou incident sur celle-ci, les émissivités et absorptivités monochromatiques directionnelles sont égales :

$$\varepsilon_{\lambda\omega} = \alpha_{\lambda\omega}$$

Il n'est généralement pas possible d´étendre la loi de KIRCHHOFF au rayonnement total émis et absorbé par un corps et d´écrire $\varepsilon = \alpha$.

L´absorptivité totale d´un corps s´écrit :

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda E_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty E_\lambda d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda E_\lambda d\lambda}{E}$$

E_λ représentant l´éclairement monochromatique (W/m2).

1. Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) était un physicien allemand né le 12 mars 1824 à Königsberg, Prusse (maintenant Kaliningrad, Russie) et décédé à Berlin le 17 octobre 1887. Après un doctorat de physique obtenu en 1847 à l'Université de Koenigsberg où il a suivi les cours de Franz Ernst Neumann, il enseigne à l'Université de Breslau de 1850 à 1854, puis à celle de Heidelberg et enfin à l'Université de Berlin à partir de 1875. En 1886, sa santé défaillante le force à se retirer. En 1862, pour formuler une loi universelle du rayonnement, Kirchhoff imagina un émetteur thermique idéal rayonnant dans le vide, le corps noir. Cette même année, la Médaille Rumford lui fut décernée pour avoir démontré l'existence de raies lumineuses fixes dans le spectre solaire (spectre de la « lumière naturelle »), et pour avoir mis en évidence une inversion des raies lumineuses dans la lumière artificielle.

Remarques :

1. L´émissivité est intrinsèque au corps et pas l'absorption
2. On ne peut écrire $\varepsilon = \alpha$ que dans certains cas particuliers :
   — Corps noir : $\varepsilon = \alpha = 1$ (absorbeur parfait, pas de réflexion)
   — Corps gris : $\varepsilon_\lambda = \varepsilon$; $\alpha_\lambda = \alpha$; la loi de Kirchhoff donne $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ et $\varepsilon = \alpha$

Conséquences pratiques :
Pour la simplification des calculs radiatifs, chaque fois que cela est possible, on assimile les corps en présence à des corps gris.
Dans la pratique, les composants d´un système radiatif émettent le plus souvent leur rayonnement dans des plages spectrales différentes de celles du rayonnement qu´ils reçoivent. Les valeurs moyennes de l´émissivité et l´absorptivité sur ces bandes différentes ne sont pas forcément les mêmes.
La règle pratique consiste à prendre en considération, pour chaque composant d´un système radiatif, l'absorptivité correspondant à la bande spectrale ou à la température du rayonnement qu´il reçoit et l´émissivité correspondant à sa température propre.

Autres définitions

monochromatique hémisphérique de transmission : $\tau_\lambda = \dfrac{\int_{2\pi} L^t_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\omega}{\int_{2\pi} L^i_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\omega}$

total directionnel de transmission : $\tau_\omega = \dfrac{\int_0^\infty L^t_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\lambda}{\int_0^\infty L^i_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\lambda}$

monochromatique hémisphérique d´absorption : $\alpha_\lambda = \dfrac{\int_{2\pi} \Phi^a_{\lambda\omega} d\omega}{\int_{2\pi} L^i_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\omega}$

total directionnel d´absorption : $\alpha_\omega = \dfrac{\int_0^\infty \Phi^a_{\lambda\omega} d\lambda}{\int_0^\infty L^i_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n}\right| d\lambda}$

3.8 Exercices d'application

Une sphère métallique de petite taille, possède un revêtement diffus, opaque.
$\alpha_\lambda = 0.8$ pour $\lambda \preceq 5\mu m$
$\alpha_\lambda = 0.1$ pour $\lambda \succ 5\mu m$

Elle est à une température de 300K et est mise dans un four qui est à une température de 1200K. Déterminer l'absorptivité hémisphérique totale à l'instant initial puis en régime permanent.

Chapitre 4

Échanges entre surfaces séparées par un milieu transparent - facteurs de forme

4.1 Échanges radiatifs entre surfaces opaques

Les surfaces opaques rayonnent l´une vers l´autre. Dans le cas étudié, l'enceinte est convexe (cf.4.1, chaque surface voit toutes les autres, sans angle mort.
On considère une surface fermée, composée de N surfaces opaques. Il s´agit pour chaque surface Si de calculer les échanges radiatifs entre elle-même et toutes les autres surfaces.
Les paramètres étant très nombreux, il est nécessaire de poser correctement les hypothèses de travail qui par nécessité sont simplificatrices.

Hypothèses

Surfaces grises En thermique industrielle, on admet presque toujours que les surfaces rayonnantes sont grises. Cette hypothèse est bonne pour les réfractaires et les métaux polis, mais elle est en fait rendue nécessaire ici pour simplifier le problème.
En effet, le calcul devient vite très lourd si l´on introduit des émissivités dépendant de la longueur d´onde, de la direction et de la température.
D´autre part, la précision obtenue, est illusoire dans certains cas : On n´est jamais sur que les valeurs mentionnées dans les tables, souvent peu fréquentes, correspondent bien aux conditions opératoires envisagées (état de surface en particulier).

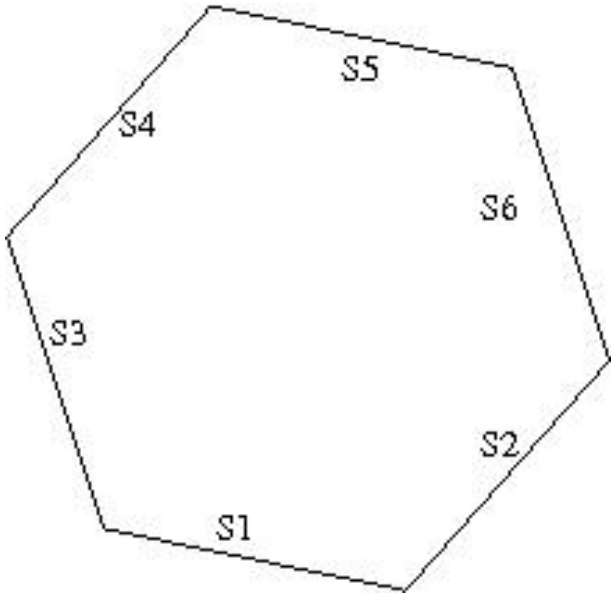


FIGURE 4.1 – Enceinte à N =6 surfaces

On peut alors imaginer, la complexité de l´étude quand les surfaces ne sont pas des corps gris : Le rayonnement incident a une composition spectrale tributaire de l´émission de toutes les autres surfaces d´une part, et d´autre part, l´absorption comme la réflexion dépendent le la composition spectrale et de la température $\varepsilon_i(\lambda, \omega, T)$.

Milieu inerte L´objectif de ce cours est de considérer une enceinte dans laquelle le milieu la remplissant est transparent au rayonnement thermique. On dit qu´on est en présence d´un milieu inerte lorsqu´il n´absorbe pas et ne réémet pas. On parle de milieux semi-transparents en combustion (les flammes et certains gaz sont actifs d´un point de vue radiatif), ce type d´étude ne fera pas l´objet de ce cours.

4.2 Facteurs de forme

4.2.1 Cas général

On a vu précédemment l´expression de l´échange entre 2 surfaces, d´après la loi de BOUGUER.

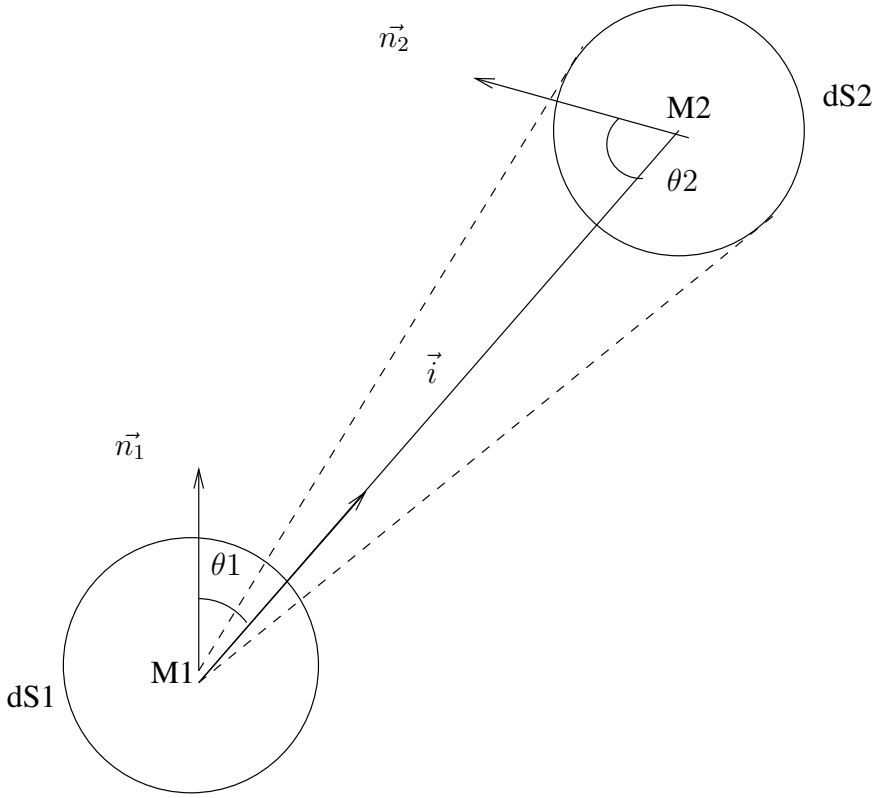


FIGURE 4.2 – Echange entre 2 parois

Flux partant de dS_1 et reçu par dS_2 est donné par :

$$L^p_{\lambda\omega} \frac{\left|\vec{i}.\vec{n_1}\right| \left|\vec{i}.\vec{n_2}\right| dS_1 dS_2 d\lambda}{r^2}$$

NB : Ici le flux partant de dS_1 correspond au flux émis+ flux réfléchi

Le flux total s´écrit :

$$\phi_{S_1 \to S_2} = \int_0^\infty \int_{S_1} \int_{S_2} L^p_{\lambda\omega} \frac{\left|\vec{i}.\vec{n_1}\right| \left|\vec{i}.\vec{n_2}\right| dS_1 dS_2 d\lambda}{r^2}$$

Le flux total partant de S1 est :

$$\phi_{S_1} = \int_0^\infty \int_{S_1} \int_{2\pi} L^p_{\lambda\omega} \left|\vec{i}.\vec{n_1}\right| \left|\vec{i}.\vec{n_2}\right| d\omega dS_1 d\lambda$$

Le facteur de forme est donné par :

$$F_{12} = \frac{\phi_{S_1 \to S_2}}{\phi_{S_1}}$$

4.2.2 Cas particulier : S_1 et S_2 sont noires

En fait dans ce cas, la luminance se réduit à celle du corps noir : $L^p_{\lambda\omega} = L^0_\lambda(T)$.

On obtient alors :

$$\phi_{S_1 \to S_2} = \int_0^\infty L^0_\lambda(T) d\lambda \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\left|\vec{i}.\vec{n_1}\right| \left|\vec{i}.\vec{n_2}\right| dS_1 dS_2}{r^2}$$

On a vu ch. I - IV que le flux total émis par une surface s´écrit :

$$\phi_{S_1} = \pi S_1 \int_0^\infty L^0_\lambda(T) d\lambda$$

$$F_{12} = \frac{\phi_{S_1 \to S_2}}{\phi_{S_1}} = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\left|\vec{i}.\vec{n_1}\right| \left|\vec{i}.\vec{n_2}\right| dS_1 dS_2}{\pi r^2}$$

Notez bien que le facteur de forme est un facteur purement géométrique. Etant donné la définition du facteur de forme, on a bien la relation de symétrie :

$$S_1 F_{12} = S_2 F_{21}$$

Relation de symétrie

4.3 Relations algébriques entre les facteurs de forme

Soient N surfaces noires isothermes, formant une enceinte.

Relation de réciprocité : On définit le facteur de forme ou d´angle, ou géométrique par :

$$S_i F_{ij} = \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j dS_i dS_j}{\pi r^2} = S_j F_{ji} \tag{4.1}$$

Relation dans l´enceinte : Le facteur de forme F_ij est la fraction de flux hémisphérique qui atteint la surface S_i en provenance de S_j

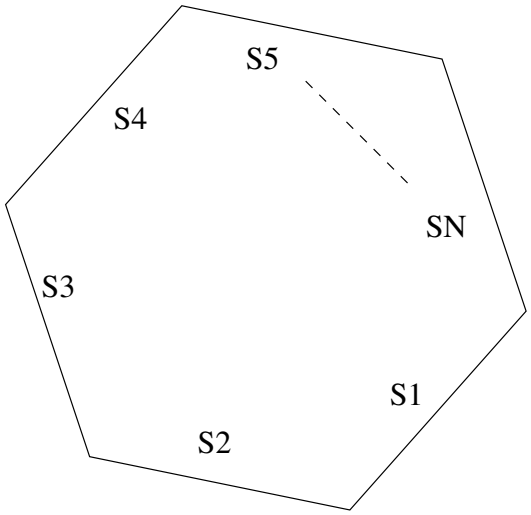


FIGURE 4.3 – Enceinte à N surfaces

Donc :

$$\phi_i = \pi \left[\int_0^\infty L_\lambda^0(T)d\lambda\right] [S_iF_{i1} + S_iF_{i2} + \ldots + S_iF_{ij} + \ldots + S_iF_{iN}]$$

Comme on a :

$$\phi_i = \pi \left[\int_0^\infty L_\lambda^0(T)d\lambda\right] S_i$$

alors on obtient la relation entre les facteurs de forme :

$$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1 \tag{4.2}$$

Surface convexe Une surface dite convexe lorsqu'on peut toujours relier deux points qui appartiennent à cette surface parun segment qui lui-même appartient à cette surface.

$$F_{ii} = 0$$

relation pour les surfaces convexes

REMARQUES :

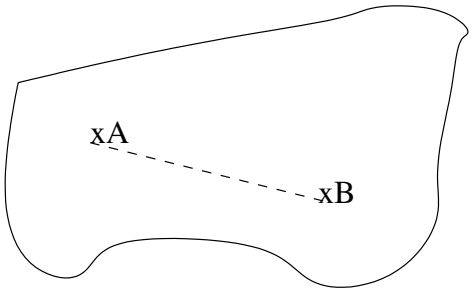


FIGURE 4.4 – Surface convexe

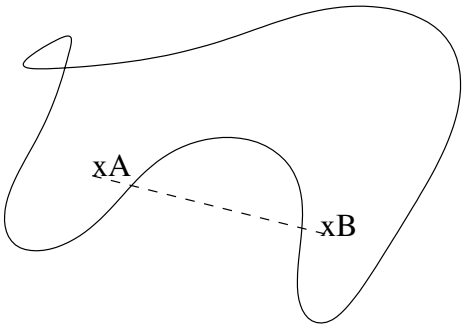


FIGURE 4.5 – Surface concave

— L´évaluation d´un facteur de forme se ramène en général, au calcul d´une intégrale de surface.

— Dans la pratique, il n´est pas nécessaire de calculer directement tous les facteurs de forme d´un système radiatif. En effet, il est souvent possible, ayant compris la signification physique de ces facteurs de trouver certains d´entre eux, à partir de considérations simples de géométrie.

— D´autre part, dans la littérature, certaines abaques ou tables fournissent les facteurs de forme usuels, de configurations courantes, (cf annexe). Si l´on a pu déterminer quelques-uns des facteurs de forme du système étudié, les relations algébriques (4.1) et (4.2) permettent d´en déduire les autres.

Exemples 2 surfaces parallèles de grande dimension par rapport à la distance les séparant :
plans parallèles, sphères concentriques, cylindres coaxiaux très longs.

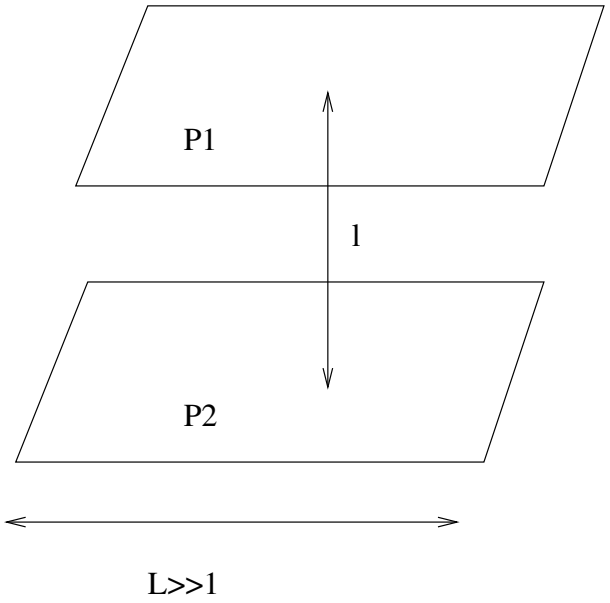


FIGURE 4.6 – Plans parallèles infinis

Les surfaces sont alors dites en influence totale, tout le flux issu de l´une atteint l´autre :
$F_{12} = F_{21} = 1$

Pour toute surface convexe S_1 située à l´intérieur d´une surface concave S_2, tout le rayonnement issu de S_1 atteint S_2 : $F_{12} = 1$, et $F_{21} = S_1/S_2$

Dans le cas de 2 sphères concentriques (cf.Fig.5.1), S_1 étant la plus petite :
$F_{12} = 1$, $F_{21} = (R_1/R_2)^2$ et $F_{22} = 1 - (R_1/R_2)^2$

Dans le cas de 2 cylindres coaxiaux infiniment longs (S_1 à l´intérieur) :
$F_{12} = 1$, $F_{21} = (R_1/R_2)$ et $F_{22} = 1 - (R_1/R_2)$

Dans les 2 derniers exemples, F_{22} est la fraction de flux émis par la surface concave qui revient directement sur celle-ci.

Exercices d'application : Calculer les facteurs de forme dans le cas suivant (cf.Fig.4.8) en fonction de $S_1 et S_2$:

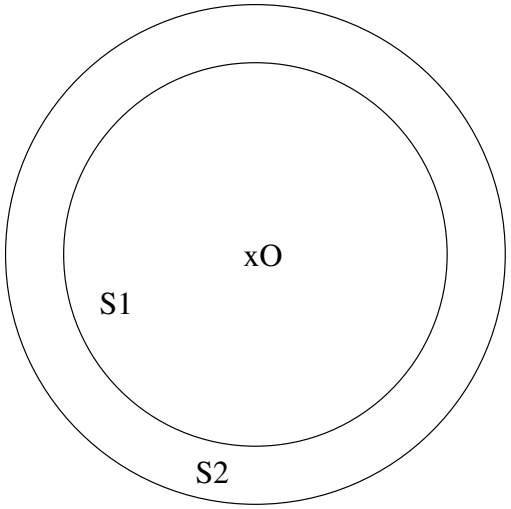


FIGURE 4.7 – Sphères concentriques

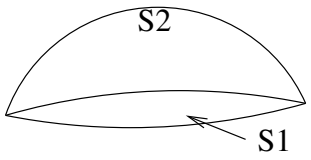


FIGURE 4.8 – Cas d'une calotte sphérique

Chapitre 5

Échanges entre surfaces séparées par un milieu transparent - Calcul de flux d´échanges

5.1 Entre surfaces noires

Soit N surfaces noires isothermes formant une enceinte.

On appelle :
— Flux partant = Flux émis
— Flux incident = Flux absorbé
$\phi_i^{'}$: flux en (W) partant vers l´intérieur de l´enceinte ou flux perdu par la surface i

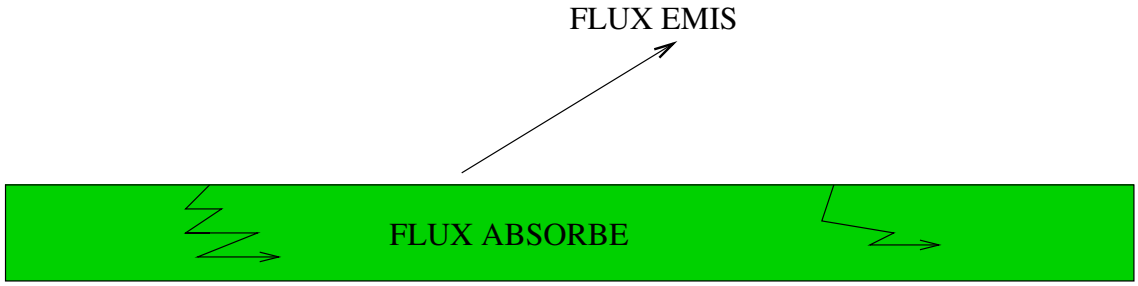


FIGURE 5.1 – Bilan sur une paroi

$\phi_i^{'}$ = Flux Partant - Flux Incident = Flux Emis - Flux Absorbé

Flux émis = $\underbrace{M_i^0 S_i}_{\text{émittance du corps noir}}$ $\leftarrow$ surface totale

Flux absorbé = $\underbrace{E_i S_i}_{\text{éclairement en } S_i}$ $\leftarrow$ surface

Donc si l´on écrit le bilan radiatif, on obtient :

$$\phi_i^{'} = S_i(M_i^0 - E_i)$$

E_i provient de la contribution de toutes les surfaces S_j émettant vers i.

$$E_i S_i = \sum_j F_{ji} M_j^0 S_j$$

et

$$E_i = \frac{1}{S_i} \sum_j F_{ij} S_i M_j^0 = \sum_j F_{ij} M_j^0$$

D´où :

$$\phi_i^{'} = S_i(M_i^0 - \sum_j F_{ij} M_j^0)$$

5.2 Application au calcul du flux échangé entre 2 surfaces noires

5.2.1 entre 2 plans parallèles

$F_{11} = F_{22} = 0$ et $F_{12} = F_{21} = 1$

$$\phi_1^{'} = S_1(M_1^0 - M_2^0) = -\phi_2^{'}$$

5.2.2 Echange entre S_1 et S_2

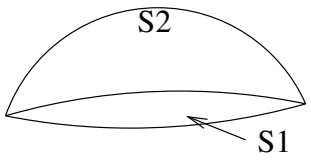


FIGURE 5.2 – Facteur de forme cas calotte sphérique

$$\phi_1^{'} = S_1 \left[M_1^0 - (F_{11} M_1^0 + F_{12} M_2^0) \right]$$

$$\phi_1^{'} = S_1 \left[M_1^0 - M_2^0) \right] = -\phi_2^{'}$$

5.3 Généralisation à une enceinte formée de N surfaces noires

Écrivons le flux échangé avec S_i :

$$\phi_i^{'} = S_i(M_i^0 - E_i) = S_i(M_i^0 - \sum_j F_{ij} M_j^0) \tag{5.1}$$

$$M_i^0 = \left[\sum_j F_{ij}\right] M_i^0 \tag{5.2}$$

donc (5.1) et (5.2) donnent :

$$\phi_i^{'} = \sum_j S_i F_{ij}(M_i^0 - M_j^0) \tag{5.3}$$

La résolution de N équations du type (5.3) nécessite la connaissance pour chaque surface (S_i) :

— du flux ϕ_i^0

— soit de la température T_i donc M_i^0

— soit une relation entre la température et le flux

En fait, on obtient un système de N équations à N inconnues.

5.4 Méthode analogique

L'équation (5.3) peut s'écrire :

$$\phi_i^{'} = \sum_j \frac{M_i^0 - M_j^0}{1 \diagup S_i F_{ij}}$$

En fait, cette équation peut correspondre à un réseau électrique :On peut faire une analogie électrique et calculer les échanges entre les parois.
L´analogie se fait avec **la loi d´Ohm**, par exemple l'échange entre 2 parois noires s'écrit :

$$I_{12} = \frac{U_1 - U_2}{R_{12}} \qquad\qquad \phi_{12} = \frac{M_1^0 - M_2^0}{1 \diagup S_1 F_{12}}$$

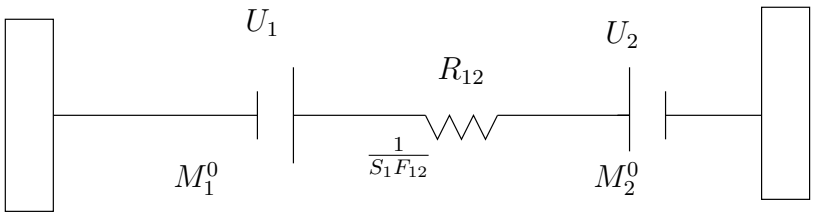


FIGURE 5.3 – Analogie électrique- Cas de 2 parois noires

Cas des parois adiabatiques = parfaitement isolées Elles ne sont ni source ni émetteur. Elles sont telles que leur flux échangé est nul. En fait tout se passe comme si elles réfléchissaient tout le flux qu´elles reçoivent. Elles seront représentées par un **potentiel flottant**.

Exemple de réseau à 4 noeuds

$$\Phi_1' = \frac{M_1^0 - M_2^0}{R_{12}} + \frac{M_1^0 - M_3^0}{R_{13}} + \frac{M_1^0 - M_4^0}{R_{14}}$$
$$R_{ij} = 1 \diagup S_i F_{ij}$$

On applique le même principe pour ϕ_2', ϕ_3', ϕ_4'.

Remarque : Cette méthode est généralisable pour $N \geq 3$, mais n´a plus vraiment d´intérêt car plus on augmente N, plus elle devient lourde. Dans ce cas, on a recours à la résolution algébrique du système de N équations à N inconnues vu précédemment. Au delà de 4 ou 5 surfaces, cette méthode doit céder la place aux méthodes numériques de résolution de systèmes d´équations. Pour les cas où le nombre de surfaces ne dépasse pas 3, elle a l´avantage de mieux faire visualiser les échanges entre les surfaces.

Exemple : Four cubique Considérons un four cubique représenté fig.5.9 avec les surfaces le constituant : S_1 : élément chauffant , paroi noire, flux ϕ_1' constant
S_2 : parois adiabatiques, pour les 4 faces latérales
S_3 : paroi noire, charge à température constante T_3

Représentation analogique (fig.5.5) :

Écrire les relations entre les flux.

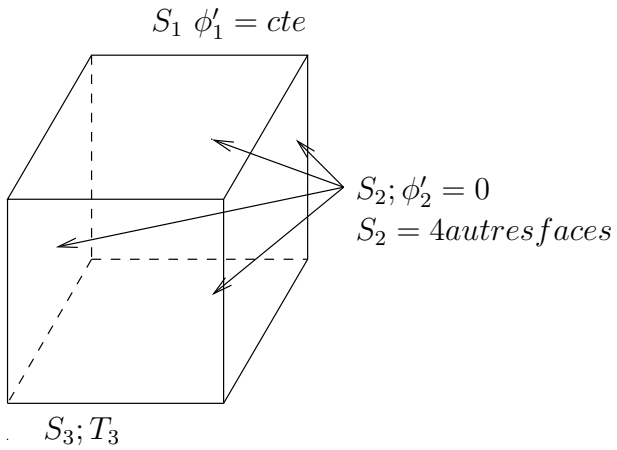


FIGURE 5.4 – Four cubique

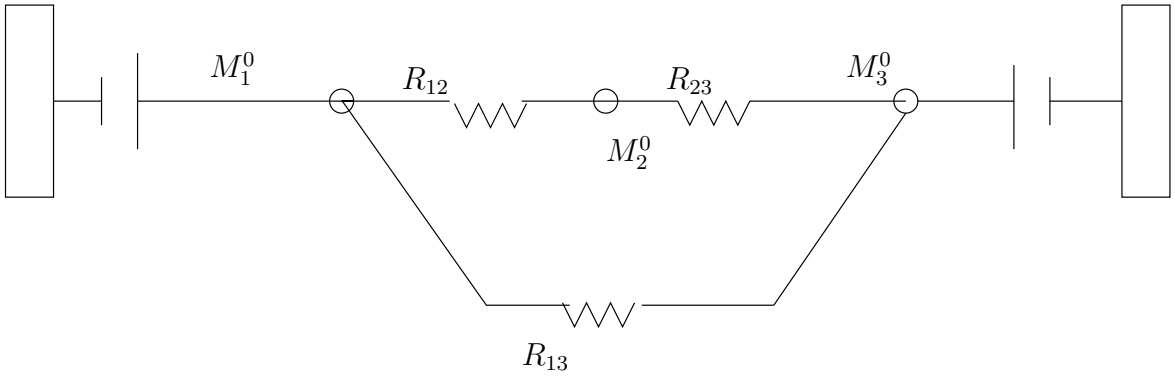


FIGURE 5.5 – Analogie électrique - Les parois adiabaiques sont représentées par un potentiel flottant

5.5 Échanges entre surfaces grises, diffuses, opaques et formant une enceinte

5.5.1 Méthode générale

Elle n´est applicable qu´aux surfaces grises. Le cas des surfaces noires a été traité dans les paragraphes précédents. On fait les hypothèses suivantes : Pour chaque élément (i) :

— $T_i = \text{cte}$
— $E_i = \text{cte}$
— $\varepsilon_{\lambda\omega i} = \varepsilon_i$ et $\alpha_{\lambda\omega i} = \alpha_i$
— $\tau_i = 0$ (parois opaques)

Définition : Radiosité J_i = Flux partant par unité de surface.

$$S_i J_i = \text{flux partant} = \text{flux émis} + \text{flux réfléchi} (fig.5.6)$$

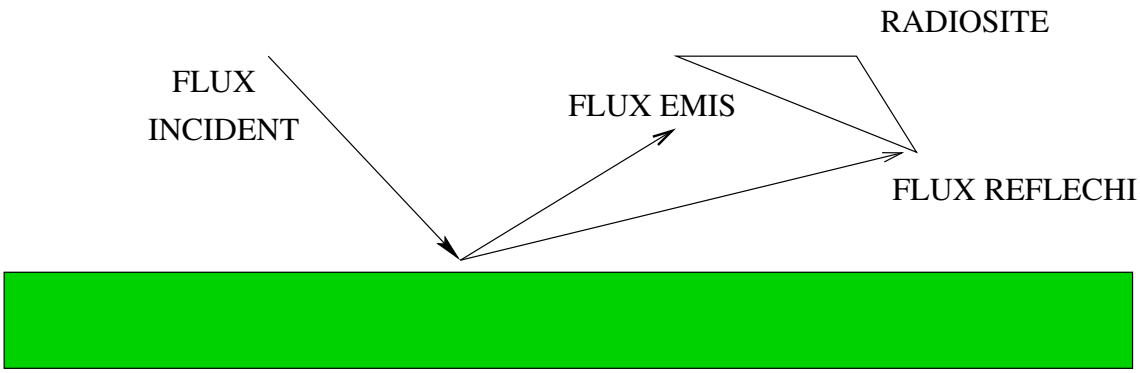


FIGURE 5.6 – Flux incident-Flux partant

Flux émis = $\varepsilon_i M_i^0 S_i$ où $\varepsilon_i = \alpha_i = 1 - \rho_i$
Flux réfléchi = $\rho_i E_i S_i$

En fait, $S_i J_i = \varepsilon_i M_i^0 S_i + \rho_i E_i S_i$

Flux absorbé : $\alpha_i E_i S_i$
$\phi_i^{'}$ = Flux Perdu = Flux émis - Flux absorbé = Flux partant - Flux incident

Relation fondamentale :

$$\phi_i^{'} = (\varepsilon_i M_i^0 - \alpha_i E_i) S_i = (J_i - E_i) S_i$$

Montrer que cette relation peut s´écrire :

$$\phi_i^{'} = \frac{S_i \varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} (M_i^0 - J_i) \quad (\varepsilon_i \neq 1) \tag{5.4}$$

Remarque :
Cette dernière expression est à la base de tous les calculs.

NB : Ne pas confondre l´émission propre $\varepsilon_i \sigma T_i^4$, la radiosité et la perte d´énergie qui tient compte de l´énergie absorbée.
Dans ce cours, nous admettrons que chaque surface reçoit bien en tous ses points la même densité de flux en provenance de l´environnement et qu´ainsi elle peut être caractérisée par une radiosité J.

5.5.2 Exemple : Échange d´énergie entre 2 surfaces : grises, diffuses, parallèles

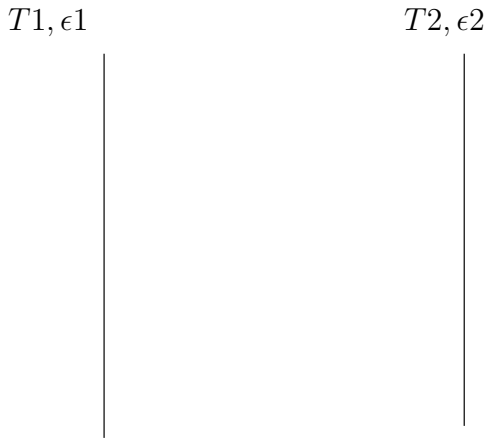


FIGURE 5.7 – Echange entre deux plans parallèles réfléchissants de température T_1 et T_2

On a :

le système de deux équations à deux inconnues représentant le système 5.8 est donné par :

$$\begin{cases} J_1 - (1-\varepsilon_1)J_2 = \varepsilon_1 M_1^0 \\ -(1-\varepsilon_2)J_1 + J_2 = \varepsilon_2 M_2^0 \end{cases}$$

D´où J_1 et J_2 :

$$\begin{cases} J_1 = \frac{\varepsilon_1 M_1^0 + (1-\varepsilon_1)\varepsilon_2 M_2^0}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} \\ J_2 = \frac{(1-\varepsilon_2)\varepsilon_1 M_1^0 + \varepsilon_2 M_2^0}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} \end{cases}$$

Les flux :

$$\phi_1^{'} = -\phi_2^{'} = \frac{S_1(M_1^0 - M_2^0)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

5.5.3 Dans le cas de N surfaces grises, diffuses

$$\frac{\phi_i^{'}}{S_i} = \varepsilon_i(M_i^0 - E_i) = J_i - E_i = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}(M_i^0 - J_i)$$

avec $E_i = \sum_j F_{ij} J_j$

On aboutit à la résolution d´un système de N équations à N inconnues J_i.

Suivant les différents cas de figures, on pourra utiliser les formulations suivantes :

— si T_i (donc M_i^0) est connu, alors on pourra utiliser la formulation suivante :

$$J_i - E_i = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}(M_i^0 - J_i)$$

et par conséquent, tout exprimer en fonction de J_i, la radiosité :

$$J_i - \sum F_{ij} J_j = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}(M_i^0 - J_i) \qquad \text{(type E1)}$$

— si le flux est donné, alors on utilisera $\phi_i^{'}$ dans la relation

$$\frac{\phi_i^{'}}{S_i} = J_i - E_i$$

et en remplaçant l´éclairement E_i, on a une relation entre le flux et la radiosité J :

$$\frac{\phi_i^{'}}{S_i} = J_i - \sum F_{ij} J_j \qquad \text{(type E2)}$$

Équations de type (E1)

Le système formé d´équations de type (E1) est résolu pour les surfaces à T_i constant, celui de type (E2) pour les surfaces à flux constant, tout cela devant constituer un total de N équations.

On peut montrer que (E1) s´écrit :

$$\sum_{j=1}^{N} \left[\delta_{ij} - (1-\varepsilon_i)F_{ij}\right] J_j = \varepsilon_i M_i^0$$

où $\delta_{ij} = 1$ si i = j (Kronecker)

Ceci permet d´aboutir à une écriture matricielle de la forme : $X.J = M$
où X est la matrice carrée $X_{ij} = \delta_{ij} - (1 - \varepsilon_i)F_{ij}$
J la matrice colonne des radiosités, J_j sont des inconnues.
M est la matrice colonne des émittances de chacune des surfaces grises $M_i = \varepsilon_i M_i^0$

Résoudre le système revient à inverser X en écrivant : $J = X^{-1}M$
Il est simple d´obtenir le flux (grandeur qui intéresse le thermicien), après avoir calculé les radiosités :

$$\frac{\phi_i^{'}}{S_i} = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i}\left[M_i^0 - J_i\right]$$

— - Si $\phi_i^{'} > 0$, S_i perd de l´énergie par rayonnement
— - Si $\phi_i^{'} < 0$, S_i gagne de l´énergie par rayonnement
— - Si $\phi_i^{'} = 0$, S_i a des pertes par émission exactement compensées par les flux radiatifs qu´elle absorbe en provenance des autres surfaces.

Remarque : On constate que les pertes d´énergie d´une surface par rayonnement sont comptées positivement.

Équations de type (E2)

Elles peuvent s´écrire aussi :

$$\frac{\phi_i^{'}}{S_i} = \sum_{j=1}^{N}(\delta_{ij} - F_{ij})J_j$$

Ce système s´écrit sous forme matricielle : $M = X.J$ où X est la matrice carrée d´éléments $X_{ij} = \delta_{ij} - F_{ij}$ et M la matrice colonne des radiosités.

Récapitulatif :
si l´on a un problème mixte, type (E1) + (E2), P surfaces dont la température est connue et N-P dont le flux est donné. Alors la résolution du problème se résume à :

$$X_{ij} = \begin{cases} \frac{\delta_{ij} - (1-\varepsilon_i)F_{ij}}{\varepsilon_i} & \text{si } T_i \text{ connu} \\ \delta_{ij} - F_{ij} & \phi_i^{'}\text{donné} \end{cases}$$

$$M_i = \begin{cases} \varepsilon_i \sigma T_i^4 & \text{si } T_i \text{ donné} \\ \phi_i^{'} & \phi_i^{'}\text{donné} \end{cases}$$

En inversant $J = X^{-1}M$, le calcul de M_i^0 ou $\phi_i^{'}$ devient alors trivial quand J_i est connu.

5.5.4 Analogie électrique

Les équations (E1) et (E2) s´écrivent :

$$\phi_i^{'} = \sum_j S_i F_{ij}(J_i - J_j) = \frac{\varepsilon_i S_i}{1-\varepsilon_i}(M_i^0 - J_i)$$
$$\phi_i^{'} = \sum_j \frac{J_i - J_j}{\frac{1}{S_i F_{ij}}} = \frac{M_i^0 - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i S_i}}$$

Traduction en schéma électrique :
Pour les surfaces grises on a une nouvelle classe de résistances, R_i, qui sont appelées résistances de surface.

$$R_{ij} = \frac{1}{S_i F_{ij}}$$
$$R_i = \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i S_i}$$

Cas particulier de surfaces noires : on retrouve le cas traité dans la section 5.4 : $\varepsilon_i = 1$, $R_i = 0$.

Remarque : cette méthode est particulièrement intéressante lorsqu´il y a peu de noeuds.

Exemple :
Écrire le système équivalent

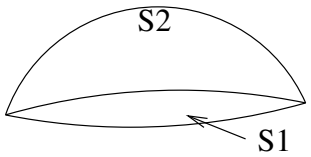


FIGURE 5.8 – Echange entre deux plans parallèles réfléchissants de température T_1 et T_2

Montrer que le flux perdu par S_1 s´écrit :

$$\phi_1^{'} = \frac{S_1(M_1^0 - M_2^0)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2}\right) - 1}$$

5.6 Exercice d'application : problème industriel courant

De très nombreux équipements thermiques industriels (fours, chaudières) peuvent être représentés comme une enceinte à 3 éléments :

- S_1 est une source de chaleur (batterie d´épingles chauffantes, rampes de brûleurs, etc.) constituant en première approximation une « surface chaude », de température supposée uniforme.
- S est une surface froide ou de « captation », représentant généralement la charge (faisceau de tubes dans une chaudière, lit de billettes disposées de manière à peu près uniforme sur la sole d´un four, etc.)
- S_R des surfaces intermédiaires garnies d´une couche de réfractaire qui les rend pratiquement adiabatiques, une fois le régime de fonctionnement établi, leurs pertes par conduction vers l´extérieur demeurent très faibles. Le rôle de ces surfaces sans flux est de canaliser l´énergie rayonnée par la surface chaude vers celle de captation.

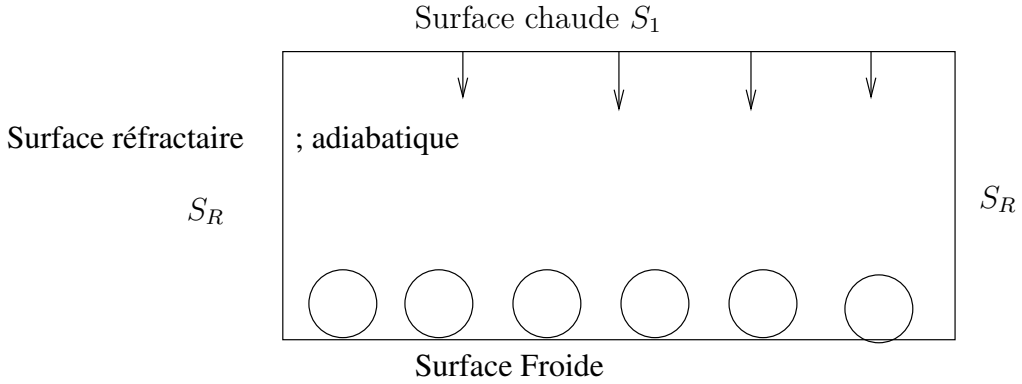


FIGURE 5.9 – Four à billettes

La radiosité de S_R se réduit à M_R^0. Ce dernier est flottant car la température T_R ne dépend pas de l´extérieur mais uniquement des échanges radiatifs dans l´enceinte.

Dessiner le schéma électrique équivalent.

Chapitre 6

Introduction aux milieux semi-transparents

6.1 Définition

On appelle milieu semi-transparent un milieu pour lequel la transmission τ est strictement comprise entre 0 et 1. Les cas limites sont les milieux opaques $\tau = 0$ et les milieux transparents $\tau = 1$. Tout solide, liquide ou gaz qui permet la pénétration des ondes électromagnétiques de manière significative est considéré comme milieu semi-transparent. Cette distance de pénétration va dépendre des propriétés radiatives du milieu.

6.2 Définition physique du coefficient d'absorption

Un flux incident Φ_i, est constitué d'ondes électromagnétiques qui viennent interagir avec une molécule. Si l'on connait la surface S d'interaction, on définit le flux incident Φ_i comme rapport du nombre de photons incidents à la surface S :

$$\Phi_i = \frac{N_i}{S} \tag{6.1}$$

Si l'on définit le nombre de photons manquants par N_a, alors on appelle la section efficace S_a le rapport entre le nombre de photons manquants et le flux incident :

$$S_a = \frac{N_a}{\Phi_i} \tag{6.2}$$

FIGURE 6.1 – Interaction ondes-molécule

D'après les équations (6.1) et (6.2) on obtient :

$$\frac{S_a}{S} = \frac{N_a}{N_i} \tag{6.3}$$

Considérons maintenant une distribution homogène de molécules, un flux de photons incidents Φ_i :

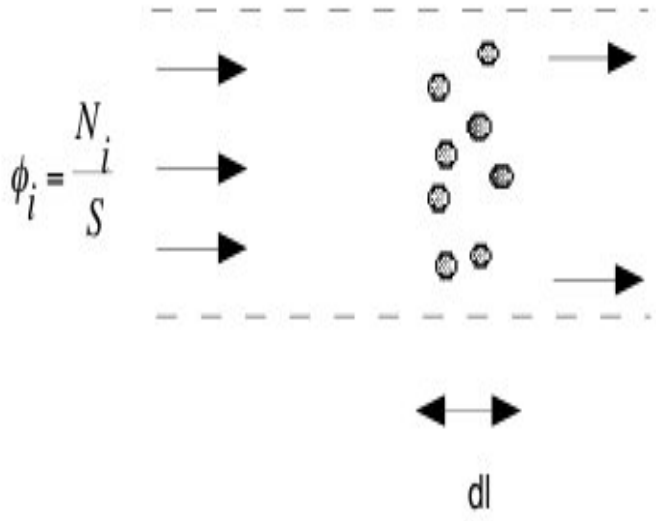


FIGURE 6.2 – Interaction ondes avec plusieurs molécules

On va alors définir une surface élementaire d'interaction sur un élement de longueur dl, ainsi nous pouvons définir en fonction du nombre de photons manquants dN_a :

$$dS_a = \frac{dN_a}{\Phi_i} = \frac{S\, dN_a}{N_i} \tag{6.4}$$

A partir de l'eq.(6.5), le rapport de la surface efficace sur l'élément de volume qui absorbe le rayonnement va correspondre au coefficient d'absorption qui s'exprime en m^{-1}

$$k_a = \frac{dS_a}{Sdl} \tag{6.5}$$

6.3 Couche homogène : atténuation exponentielle

Considérons une couche homogène de gaz, isotherme et non diffusante. Le coefficient d'absorption dans ce cas simplifié, ne dépend pas des variables d'espace, il ne dépend que de la longueur d'onde. On va aussi considérer un milieu froid, c'est à dire qu'à son niveau de température son rayonnement propre est négligeable. Si l'on note la luminance entrante $L_\lambda(0)$ et la sortante $L_\lambda(e)$, après intégration le long d'un chemin optique, on obtient la relation qui relie les deux luminances :

$$L_\lambda(e) = L_\lambda(0) exp(-\int_0^e k_\lambda(x)dx) \tag{6.6}$$

Cette relation s'appelle la *loi d'atténuation exponentielle*, elle caractérise les milieux semi-transparents.
$K_\lambda = \int_0^e k_\lambda(x)dx$ s'appelle l'épaisseur optique.
En tout point x, comme ici k_λ est constant, $L_\lambda(x) = L_\lambda(0)\tau_\lambda(x)$ et
$\tau_\lambda(x) = exp(-k_\lambda(x))$ s'appelle la transmittivité monochromatique.
$\alpha_\lambda = 1 - \tau_\lambda$ est l'absorptivité monochromatique.
La relation (6.6) nous donne finallement :

$$L_\lambda(e) = L_\lambda(0) exp(-k_\lambda e) \tag{6.7}$$

6.4 Exercices d'applications

6.4.1 Application1

Une vitre en verre blanc de 4mm d'épaisseur atténue par absorption 8% du rayonnement normal de longueur d'onde comprise entre 0.3 et 2 μm. Calculer son épaisseur optique et le coefficient d'absorption du verre blanc

correspondant à ces longueurs d'onde. A partir de quelle épaisseur peut-on considérer ce matériau comme opaque ?.

6.4.2 Application2

Le facteur monochromatique d'absorption d'un corps semi-transparent est donné par la loi : K=T/50, avec T température locale en Kelvins. Cette loi est valable entre 200 et 1500K, quelle que soit la longueur d'onde. Le hublot de four a une épaisseur de 10cm. On fait l'hypothèse que sa température est linéaire entre 1000K (intérieur du four) et 400K (surface extérieure). Calculer l'atténuation du rayonnement par absorption au travers de l'hublot.

6.5 Rayonnement des gaz

6.5.1 Introduction

La première partie de ce cours de rayonnement traite le rayonnement de surfaces, délimitant éventuellement un milieu transparent ou non participatif. Dans beaucoup d'applications, le milieu contenu entre les surfaces, est semi-transparent. Ces milieux existent notamment lors de la combustion de n'importe quel hydrocarbure qu'il soit solide, liquide ou gazeux, il est alors nécessaire de prendre en compte le rayonnement des gaz brulés (vapeur d'eau, gaz carbonique, oxyde de carbone, particules de suies etc..). Les applications sont nombreuses et sont rencontrées dans les moteurs de fusées, les incendies, les fours verriers, les plasmas dans les réacteurs en fusion etc.. Ces milieux réactifs à haute température font intervenir différents phénomènes en transfert radiatif : absorption, émission et diffusion.

Lorsque l'on parle du coefficient d'absorption des milieux solides, le spectre de variation de k_λ est continu. Il peut être approché par une courbe en paliers tel que k_λ est constant dans chaque intervalle spectral ou bande spectrale. La température du gaz va influencer k_λ.

En ce qui concerne les gaz, lorsque la température est inférieure à 3000 K environ (généralement les températures de combustion se situent entre 2000 et 3000K) dans les fours industriels, les gaz monoatomiques sont transparents au rayonnement. Les gaz di ou triatomiques présentent des bandes d'absorption de largeur plus ou moins grande dans le spectre, entre ces bandes les gaz sont transparents au rayonnement.

En fait les molécules di ou triatomiques possèdent des dipôles oscillants. Les liaisons entre les atomes subissent des rotations et des vibrations simul-

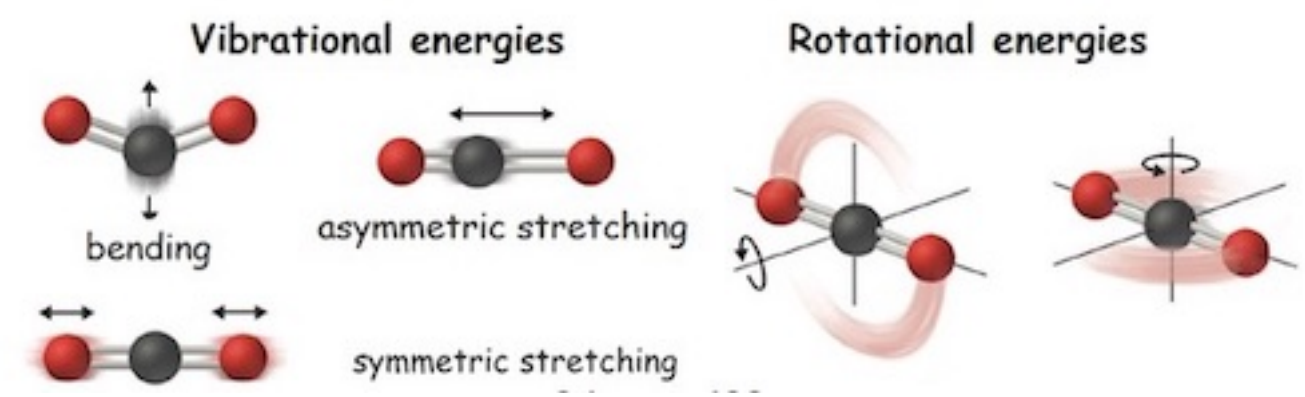


FIGURE 6.3 – vibration rotation des molécules

tanément. Le phénomène d'absorption est rattaché aux phénomènes de rotation et de vibration des molécules qui font intervenir des niveaux d'énergie quantifiée.

Le coefficient d'absorption varie dans chaque bande avec la température et la densité de molécules qu'un photon est suceptible de rencontrer. On peut alors écrire que k_λ est proportionnel à la pression partielle du gaz p_{gaz} :

$$k_\lambda = C_\lambda p_{gaz} \tag{6.8}$$

Lorsque C_λ n'est fonction que de la température, on peut alors écrire :

$$\alpha_\lambda = \epsilon_\lambda = 1 - e^{-C_\lambda p_{gaz} l} \tag{6.9}$$

l est la longueur du trajet parcourue sur une ligne.

Chapitre 7

Exercices

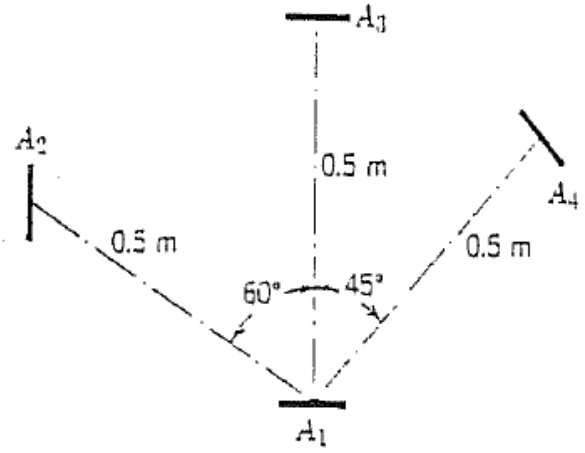
TD N° 1 - Grandeurs radiatives -

1 Angle solide d'une sphère

Calculer l'angle solide correspondant à une sphère vue de son centre

2 Calcul d'angles solides et flux associés

Une petite surface $A_1 = 10^{-3}m^2$ émet de manière diffuse. La luminance totale associée à l'émission dans la direction normale est donnée par : $L_n = 7000W/m^2.sr$
Ce rayonnement est émis et intercepté par trois autres surfaces $A_2; A_3; A_4$ de même aire que A_1 et à une distance de 0.5 m de A_1.



— **1.** Quelle est la luminance associée à l'émission de chacune des trois directions ?

— **2.** Quels sont les angles solides sous lesquels on voit à partir de A_1 les contours des trois autres surfaces ?

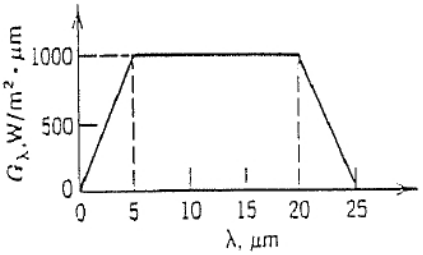
— **3.**Quel est le flux radiatif intercepté par chacune des surfaces ?

3 Emittance du soleil

Calculer l'émittance du soleil sachant que son rayon est de 695000 km et que le flux total qu'il émet est de $4.10^{23}kW$. Etablir la relation entre l'émittance et la luminance.

4 Eclairement total

La distribution spectrale de l'éclairement d'une surface se répartit selon la figure :



Calculer l'éclairement total de la surface.

5 Flux solaire

Le flux solaire qui arrive à la surface de la terre est divisé en 2 composantes :

— le flux direct normal qui provient directement du disque solaire en rayons quasi-parallèles

— le flux diffus qui provient de toute la voûte céleste.

Dans des conditions de ciel clair, l'ensoleillement direct est d'environ $1000W/m^2$, mesuré dans un plan normal. L'ensoleillement diffus peut être considéré comme constant et égal à $70W/m^2.sr$.

Calculer l'ensoleillement global horizontal reçu sachant que les rayons solaires directs font un angle de 30° avec la verticale.

6 Etalonnage d'un recepteur de rayonnement

On désire étalonner un récepteur de rayonnement thermique. Pour cela on dispose d'un four muni d'une ouverture de 20mm de diamètre dont la luminance est de $3.7210^{-5}W/m^2.sr$. La partie sensible du récepteur a une aire de $1.610^{-5}W/m^2.sr$.

1- On place le récepteur parallèlement à l'ouverture. A quelle distance son éclairement est-il de $1000W/m^2$?.

2- On incline le récepteur de 20° par rapport à la position précédente. Quel est son éclairement ?

TD N° 2 - Corps noir et propriétés radiatives

1 Emittance du corps noir

On définit la fraction de l'émittance émise par le corps noir dans le spectre de longueur d'onde $[0, \lambda]$ par :

$$F(\lambda, T) = \frac{\int_0^\lambda M_\lambda^0(T) d\lambda}{\sigma T^4} \tag{1}$$

— **1.** Montrer que cette quantité ne dépend que du produit λT

— **2.** Calculer la fraction d'émittance totale rayonnée par le soleil (corps noir à 5800K) dans le visible et l'infrarouge au delà de $100\mu m$

— **3.** On évalue parfois l'étendue du spectre d'un corps noir par l'inégalité : $0.5\lambda_m < \lambda < 5\lambda_m$ Quel pourcentage est négligé ?

2 Etalonnage corps noir

Un radiomètre est sensible au rayonnement dans l'intervalle $4 < \lambda < 10\mu m$. Ce radiomètre sert à étalonner un corps noir à 750K.
Il enregistre une puissance émise de $9500 W/m^2$. Quel est le pourcentage de l'énergie émise par le corps noir dans cet intervalle ?

3 Transmission du verre

Comparer le facteur de transmission total d'une plaque de verre pour 2 rayonnements de corps noir de température T reçus sous incidence normale.

— Cas 1 : T=300K

— Cas 2 : T= 5800K

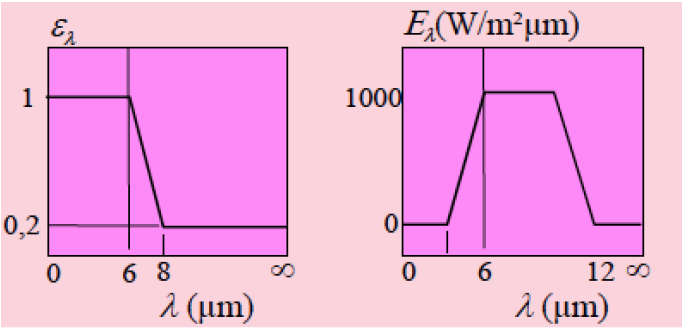
On prendra :

$\tau_\lambda(\theta = 0) = 1 pour 0 < \lambda < 5\mu m$

$\tau_\lambda(\theta = 0) = 0 pour \lambda > 5\mu m$

4 Emissivité et éclairement spectral

Une surface opaque est caractérisée par son émissivité spectrale hémisphérique et son éclairement hémisphérique représentés sur la figure ci-dessous.



1- Représenter la variation spectrale de la réflectivité hémisphérique.

2- Calculer l'absorptivité totale hémisphérique de la surface.

3- La température initiale de la surface étant de 450K et son émissivité totale hémisphérique étant égale à 0.65, la température va-t-elle croître ou decroître ?.

TD N° 3 - Facteurs de forme et échanges entre parois noires

1 Echanges entre parois dans un four cubique

Un four est modélisé par un cube de 1m de coté. Ses faces intérieures se comportent comme des surfaces noires.

- 1- Sachant que le facteur de forme entre 2 faces opposées est égal à 0.2, calculer l'ensemble des facteurs de forme entre les différentes parois du four.
- 2- Une des faces, la porte du four est à 400°C, alors que les autres sont à 1000°C, en régime permanent. Calculer l'ensemble des flux échangés par rayonnement entre les différentes faces.

On considère que les seules pertes thermiques sont au travers de la porte. Calculer la puissance nécessaire pour maintenir le régime thermique.

2 Echange avec un objet dans un four

Une sphère métallique de diamètre D=4 in (inchs), est initialement à une température de 75°F (Fahrenheit). Elle est plongée dans un cube de 48 in de coté qui lui est à une température de 540°F. On considère que la zone de contact avec le cube est négligeable. En supposant que toutes les parois sont noires, calculer le flux radiatif échangé entre la sphère et le four (conseil : restez en unités anglo-saxonnes)

Rappel unités :

$\sigma = 0,1714.10^{-8} Btu/h.ft^2.R^4$ (constante de Boltzmann)

Relation entre Rankine et Farenheit : T °R = T°F +460

1ft=12 in

3 Facteurs de forme à l'aide d'abaques

Caculer le facteur de forme entre la base d'un cylindre de rayon r et la surface circulaire de même rayon qui se trouve à une distance L.

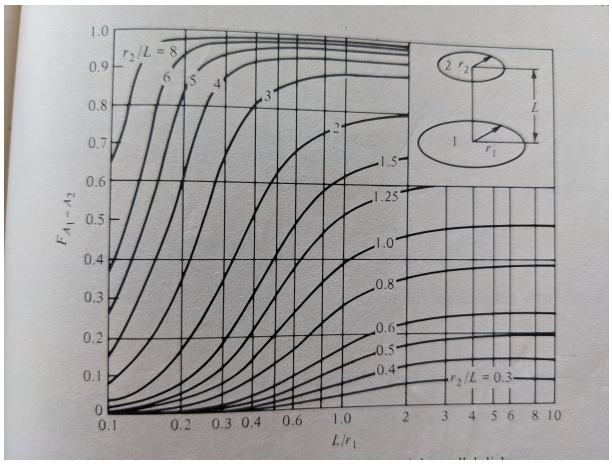


FIGURE 1 – abaques entre surfaces dans un cylindre

4 Facteurs de forme par calcul analytique

En vous aidant de la formule analytique d'un facteur de forme entre 2 disques coaxiaux (fig. 3), calculer les facteurs de forme entre les surfaces S_1, S_2, S_3(fig. 2).

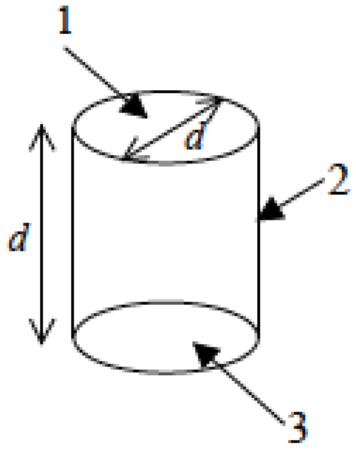


FIGURE 2 – surfaces dans un cylindre

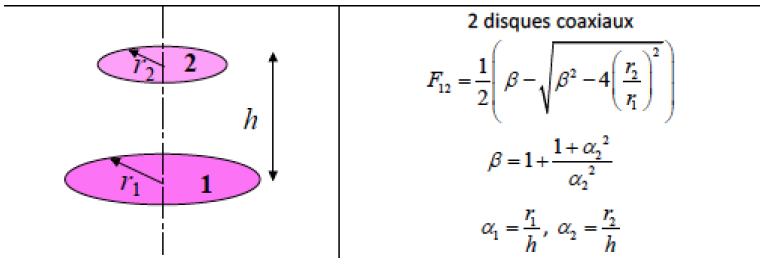


FIGURE 3 – facteur de forme entre 2 disques

5 Facteurs de forme entre 2 surfaces dont une élémentaire

On considère 2 disques parallèles dont les centres sont distants de L. La surface S1 est très petite devant la surface S2 du disque 2 de diamètre D. Déterminer l'expression du facteur de forme F_{12}(fig 4).

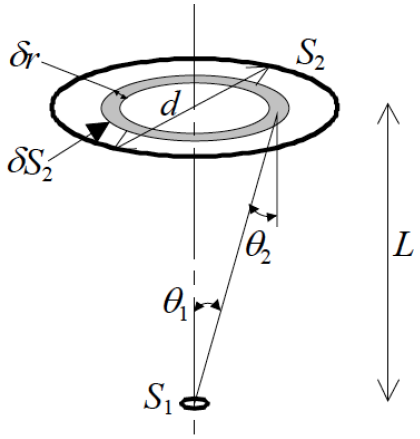


FIGURE 4 – facteur de forme entre 2 surfaces dont une infinitésimale

TD N° 4 - Echanges entre parois grises

1 Echanges dans une pièce d'habitation

Une pièce de $20m^2$ (5 sur 4), de 2.8m de hauteur est chauffée par un plafond rayonnant. L'ensemble des parois est recouvert d'une peinture blanche, considérée comme grise et diffusante, de coefficient $\epsilon = 0.95$. Pour mantenir 20°C en surface du plancher et des murs de la pièce, il faut que le plafond rayonne 2000W, en régime permanent. Calculer la température de surface du plafond à l'équilibre.

2 Echanges dans un four

La géométrie d'un four (Fig.1) a été assimilée à un triangle équilatéral suffisamment long pour que les effets de bord soient négligeables. Calculer le flux net quittant

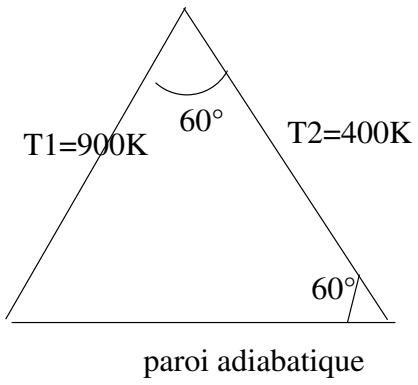


FIGURE 1 – Four

la paroi chaude en utilisant l'analogie électrique (méthode des radiosités) sachant que les émissivités des parois est de 0.8 .

3 Principe du pyromètre

Un pyromètre hémisphérique est représenté (Fig.2). Le détecteur est placé au sommet d'un hémisphère parfaitement diffusant (revêtement en billes dorées). Donner l'expression du flux détecté par S3, la pastille circulaire, sachant que son rayon est $r = 10^{-2}R$.

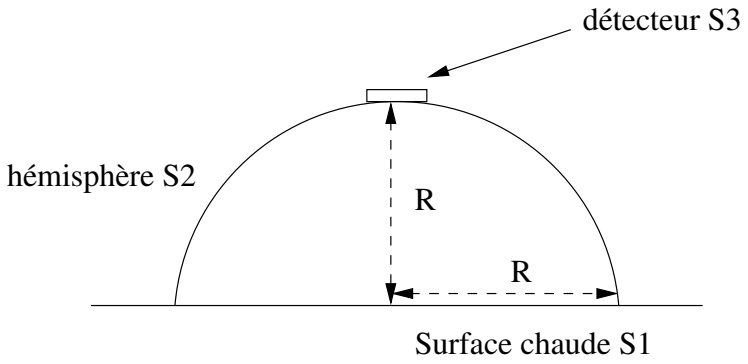


FIGURE 2 – Pyromètre Hémisphérique

Bibliographie

[1] H.C. Hottel and A.F. Sarofim. *Radiative transfer*. McGraw-Hill, New York, 1967.

[2] R. Siegel and J.R. Howell. *Thermal radiation heat transfer*. Hemisphere, New York, 3rd edition, 1992.

[3] M.N. Ozisik. *Heat transfer, a basic approach*. McGraw-Hill, New York, 1985.

[4] F.P. Incropera and D.P. DeWitt. *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley, New York, 3rd edition, 1990.

[5] J.F. Sacadura. *Initiation aux transferts thermiques*. Lavoisier, Paris, 1980.

[6] A.B. de Vriendt. *La transmission de la chaleur : introduction au rayonnement thermique*, volume 2. Gaetan Morin, 1992.

[7] R.M. Goody and Y.L. Yung. *Atmospheric radiation, theoritical basis*. Oxford University Press, New York, 2nd edition, 1989.